

## 8. Le disequazioni di primo grado



Teoria a pag. 316

### ESERCIZIO GUIDA

471 Data la disequazione

$$3b - 1 > 6 + 2b,$$

determiniamo quali, fra i seguenti valori di  $b$ , sono soluzioni e quali non lo sono:

$$b = 0; \quad b = \frac{1}{3}; \quad b = 9; \quad b = 10.$$

Dobbiamo sostituire ogni valore di  $b$  nella disequazione e verificare se la disuguaglianza ottenuta è vera o falsa. Possiamo procedere mediante una tabella.

$b$	$3b - 1 > 6 + 2b$	DISUGUAGLIANZA OTTENUTA	VERA/FALSA
0	$3 \cdot 0 - 1 > 6 + 2 \cdot 0$	$-1 > 6$	falsa
$\frac{1}{3}$	$3 \cdot \frac{1}{3} - 1 > 6 + 2 \cdot \frac{1}{3}$	$0 > 6 + \frac{2}{3}$	falsa
9	$3 \cdot 9 - 1 > 6 + 2 \cdot 9$	$26 > 24$	vera
10	$3 \cdot 10 - 1 > 6 + 2 \cdot 10$	$29 > 26$	vera

Fra le soluzioni della disequazione ci sono i numeri 9 e 10.

Di fianco a ogni disequazione sono scritti alcuni valori. Determina quali sono soluzioni e quali non lo sono.

472  $a - 3 > 5$        $a = 8; \quad a = \frac{9}{2}; \quad a = \frac{17}{2}; \quad a = \frac{28}{3}.$

473  $b + 4 < 6$        $b = 2; \quad b = 3; \quad b = 1; \quad b = 0.$

474  $y + 4 \leq 6$        $y = 2; \quad y = \frac{3}{2}; \quad y = \frac{1}{3}; \quad y = 0.$

475  $1 - x \geq 0$        $x = 1; \quad x = 0; \quad x = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{3}{2}.$

476  $2x - 4 > 5x + 8$        $x = -5; \quad x = -4; \quad x = 0; \quad x = \frac{1}{2}.$

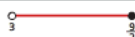
### ESERCIZIO GUIDA

477 Rappresentiamo i due insiemi dei valori di  $x \in \mathbb{R}$  che soddisfano le seguenti relazioni:

a)  $3 < x \leq \frac{9}{2}$ ;      b)  $x < 1$ .

Scriviamo poi gli stessi insiemi sotto forma d'intervallo.

a) Rappresentiamo  $3 < x \leq \frac{9}{2}$ :



Segniamo 3 con un cerchietto vuoto, perché  $x = 3$  non soddisfa la relazione. Segniamo  $\frac{9}{2}$  con un cerchietto pieno, perché la soddisfa.

L'intervallo corrispondente si può scrivere  $]\frac{9}{2}; 3[$  (la parentesi rivolta verso l'esterno indica che il valore è escluso).

b) Rappresentiamo  $x < 1$ :



L'intervallo corrispondente è  $]-\infty; 1[$ .

Rappresenta sulla retta reale gli insiemi dei valori di  $x \in \mathbb{R}$  che soddisfano le seguenti relazioni. Scrivili poi sotto forma di intervallo.

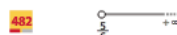
478  $0 < x < 1;$        $-1 \leq x \leq 1;$        $\frac{4}{5} < x \leq \frac{5}{4};$        $-\frac{1}{2} \leq x < 6.$

479  $x > 3;$        $x \leq 0;$        $x \geq \frac{7}{5};$        $x < \frac{7}{5}.$

480  $-\frac{1}{2} \leq x < 1;$        $x \geq -\frac{1}{2};$        $x < 0;$        $x \geq 0.$

481  $x \leq a;$        $x > b;$        $b < x \leq c;$        $x \geq b.$

Scrivi l'intervallo corrispondente a ciascuno dei seguenti grafici.



### Le disequazioni equivalenti

Indica in base a quale principio le seguenti coppie di disequazioni sono equivalenti.

488  $-2x < 3$        $x > -\frac{3}{2}$

489  $\frac{1}{3} + x > 0$        $x > -\frac{2}{3}$

490  $6 + x \geq -1$        $x \geq -7$

491  $-x < 6$        $2x > -12$

492  $9x > 0$        $2x - 1 > -1$

493  $-4x \leq -8$        $x \geq 2$

494  $6x + 2 < 0$        $x < -\frac{1}{3}$

495 VERO O FALSO?

a) Se  $-2x > 0$  allora  $x < 2$ .  V  F

b) Se  $4x > \frac{1}{3}$  allora  $x > \frac{1}{12}$ .  V  F

c) Se  $-x < 4$  allora  $2x < -8$ .  V  F

d) Se  $\frac{1}{2}x < 3$  allora  $x < 6$ .  V  F

e) Se  $-6x < -18$  allora  $3 < x$ .  V  F

f) Se  $3x > 0$  allora  $x > \frac{1}{3}$ .  V  F

## 9. Le disequazioni numeriche intere

Teoria a pag. 320

Nel sito: ► 13 esercizi di recupero

### ESERCIZIO GUIDA

496 Risolviamo la seguente disequazione:

$$\frac{x-5}{3} - \frac{2x+7}{2} \leq 6x-8 - \frac{3x-2}{4}$$

Eliminiamo i denominatori, moltiplicando entrambi i membri per il loro minimo comune multiplo:

m.c.m. (2, 3, 4) = 12.

$$4(x-5) - 6(2x+7) \leq 12 \cdot 6x - 12 \cdot 8 - 3(3x-2)$$

$$4x - 20 - 12x - 42 \leq 72x - 96 - 9x + 6$$

$$-8x - 62 \leq 63x - 90 \rightarrow -8x - 63x \leq -90 + 62 \rightarrow -71x \leq -28$$

Cambiamo segno, cambiando il verso della disequazione:

$$71x \geq 28$$

$$x \geq \frac{28}{71} \quad \text{oppure} \quad \left[ \frac{28}{71}; +\infty \right[$$



Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.

497  $3x - 5 < -2$

$[x < 1]$

498  $4x - 3 > 5x + 1$

$[x < -4]$

499  $x - 2 < 7x$

$\left[ x > -\frac{1}{3} \right]$

500  $7x - 2 > 3x - 1$

$\left[ x > \frac{1}{4} \right]$

501  $5(x-1) < 2(x-3)$

$\left[ x < -\frac{1}{3} \right]$

502  $2(x-1) + 3(x-2) < -7$

$\left[ x < \frac{1}{5} \right]$

503  $4[2(1-x) - 3] > 5x + 1$

$\left[ x < -\frac{5}{13} \right]$

504  $\frac{1}{2}x - (1+x) > \frac{3}{2}$

$[x < -5]$

505  $-x - \frac{1}{2} + \frac{x+1}{2} > 0$

$[x < 0]$

506  $4x - 3 < -\frac{2}{3}x + 3$

$\left[ x < \frac{9}{7} \right]$

507  $x - 4(x+2) \leq 2x - [x - (3-4x)]$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

508  $x\left(1 - \frac{1}{3}x\right) < -\frac{1}{3}x^2 + 2$

$[x < 2]$

509  $6x + 7 > \frac{1}{3}(9x - 3)$

$\left[ x > -\frac{8}{3} \right]$

510  $\frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) > 2\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

[impossibile]

511  $x - \frac{1}{3} < 2\left(x - \frac{3}{2}\right)$

$\left[ x > \frac{8}{3} \right]$

512  $3\left[\left(x+3\right) + \frac{1}{3}x\right] < 7x$

$[x > 3]$

513  $\frac{7x-1}{2} > -\frac{2x+1}{4}$

$\left[ x > \frac{1}{16} \right]$

514  $\frac{1}{2}(x+2) - \frac{1}{3}(2+x) < 0$

$[x < -2]$

515  $\frac{x-3}{10} + \frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{3}\right) > \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

$\left[ x < -\frac{9}{2} \right]$

516  $(x-1)(x+2) + (1-x)(2x+3) \leq 2 - x^2$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

517  $5(3-4x) + 14x - \frac{11}{6} < -10x - \frac{10}{3}\left(\frac{8x-15}{20}\right)$

$[x < -2]$

518  $(x-1)(x+1) - (x-3)^2 < 3$

$\left[ x < \frac{13}{6} \right]$

519  $(x-1)^2 - 3x < (x-3)(x+3)$

$[x > 2]$

520  $4(5x-1) + 2(3x+1)^2 > 3x(6x+5) - 2x-3$

$\left[ x > -\frac{1}{19} \right]$

521  $(2x-1)^2 - 3(2+x) \leq (2x+3)(2x-3) + 2(x+3)$

$\left[ x \geq -\frac{2}{9} \right]$

522  $4(2x-1) - x + (2x-1)^2 > 4(x-2)^2 - 12(x-1)$

$[x > 1]$

523  $(3x-1)(3x+1) - \left(1 - \frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{1}{4}(x+1)^2 - 9x^2 < 0$

$\left[ x < \frac{7}{6} \right]$

524  $x^2(2-x) + (x-2)^2 \leq -5(1-2x) + (2x+1)(1-2x)$

$[x \leq 2]$

525  $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 - (x+1)^2 < -\left[1 - \left(\frac{2x+1}{6}\right)\right] + \frac{1+2x}{3}$

$\left[ x > -\frac{1}{16} \right]$

526  $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{3}x\right)^2 < \frac{5}{9}x(x-2) + \left(x - \frac{4}{9}x\right)4x$

[impossibile]

527  $\frac{(x-1)(x+1)}{2} + \left[\frac{x-5}{4} - \left(\frac{1}{2}x+1\right)\right] - \frac{(x-3)^2}{2} > 0$

$\left[ x > \frac{29}{11} \right]$

528  $\frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\right) + \left(3 - \frac{x}{2}\right)^2 < \frac{x^2}{4} + \frac{x-1}{3} - \frac{2x+5}{2} + 2$

$[x > 5]$

529  $\frac{4}{9}\left[x + \frac{3(x-1)}{4}\right] + \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 \geq \frac{1}{3} + \left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2)$

$\left[ x \leq \frac{1}{2} \right]$

530  $2(2x-1)(2x+1) - 6(x-2)^2 \leq (x-3)^2 - [3(3+x)(3-x) - 2(x+1)(1-x)]$

$\left[ x \leq \frac{1}{3} \right]$

531  $3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2) + (5x-1)^2 < 9x\left(\frac{1}{3}x-1\right) + 40 + (5x+1)^2$

$[x > -7]$

532  $\frac{1}{3}\left(9 - \frac{3x}{2}\right) - \frac{2}{5}\left(\frac{15 + 5x}{2}\right) > (3 - 2x)^2 - (2x + 1)(2x - 1) - 6$   $\left[x > \frac{8}{21}\right]$

533  $(x + 3)^4 - 4[x + 5 - (x + 8)]^2 > (x - 3)^2(x + 3) + 12(x + 1)^2$   $[x > -8]$

534  $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 > 2x - 2 - 6x^2 + 2(x + 1)(x - 1) - 2(x - 2)^2$   $[x < 1]$

535  $x^2 - 9 < (x + 3)(x - 3) + 2x$   $[x > 0]$

536  $3(x - 1) - 1 < \frac{x - 2}{3} - \left(x - \frac{x - 1}{3}\right)$   $\left[x < \frac{9}{10}\right]$

537  $\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{3}\right) < \frac{1}{3} - 2\left(x + \frac{1}{3}\right)$   $[x < 0]$

538  $\frac{5}{2}x + \frac{2x - 2}{3} - \frac{1 - x}{3} - \left(\frac{3x + 1}{2} + 2x\right) \geq \frac{3}{2}$  [impossibile]

539  $\frac{2}{3}\left(x - 2 - \frac{x - 1}{2}\right) \geq 1 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right) + 2\left(\frac{2}{3}x - 1\right)$   $[\forall x \in \mathbb{R}]$

540  $4(x - 3)^2 > [6 - (1 - 4x)]x - 2$   $\left[x < \frac{38}{29}\right]$

541  $\frac{1}{4}(3x - 5) + \frac{1}{2}\left(\frac{x + 1}{3} - x\right) < \frac{2}{3}(x - 7) - \frac{1}{3}\left(x - \frac{1 + x}{4}\right)$  [impossibile]

542  $\frac{(x - 1)^2}{2} - \frac{x^2 - 6x}{4} \geq \left(\frac{x - 1}{2}\right)^2 - 2$   $\left[x \geq -\frac{9}{4}\right]$

543  $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 - \frac{1 - 2x}{3} \leq (1 + x)^2 - \left(1 - \frac{3x - 1}{6}\right)$   $\left[x \geq \frac{1}{34}\right]$

544  $2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) - x(x + 2) \leq \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$   $[x \geq 0]$

545  $\left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)^{-1} + x + 1 < 0$   $\left[x < \frac{4}{9}\right]$

546  $\frac{1 - x}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{1 - \frac{2x}{3}}{1 + \frac{1}{3}} > 7x + (1 - x)^2 - (x + 1)(x - 1)$   $\left[x < \frac{1}{28}\right]$

547  $(x - 1)^4 - (x + 1)^4 + 6x\left(x - \frac{1}{2}\right) < (x - 1)^2 - (x + 1)^2$   $[x < 2]$

548  $\left[\frac{1}{2}x - \left(\frac{1}{4}x + 1\right)\right] + \left(1 + \frac{1}{4}x\right)\left(-\frac{1}{4}x + 1\right) + \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{3}{4}x^2 - 1\right) > 0$   $\left[x > -\frac{4}{3}\right]$

549  $x(x - 2)(x - 3) - (1 + x)(x - 1) \geq \frac{3}{2}[(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2] - (2 - x)^3$   $\left[x \leq \frac{1}{2}\right]$

Lo studio del segno di un prodotto

ESERCIZIO GUIDA

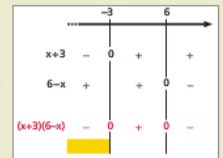
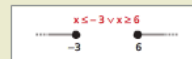
550 Risolviamo la disequazione  $(x + 3)(6 - x) \leq 0$ .

Studiamo il segno di ognuno dei fattori, cercando i valori di  $x$  per i quali ciascun fattore è positivo:

- $x + 3 > 0 \rightarrow x > -3$ ;
- $6 - x > 0 \rightarrow -x > -6 \rightarrow x < 6$ .

Compiliamo il quadro dei segni (figura a lato).

Poiché si richiede che il prodotto sia negativo o nullo, le soluzioni della disequazione sono le seguenti.



Risolve le seguenti disequazioni.

- 551  $(x - 2)(x + 2) > 0$   $[x < -2 \vee x > 2]$  554  $(3x - 1)(x + 2) < 0$   $\left[-2 < x < \frac{1}{3}\right]$   
 552  $(x - 5)(x + 2) > 0$   $[x < -2 \vee x > 5]$  555  $(4x - 2)(3x + 2) \leq 0$   $\left[-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}\right]$   
 553  $x(7x - 2) \geq 0$   $[x \leq 0 \vee x \geq \frac{2}{7}]$  556  $3x(2x - 6) < 0$   $[0 < x < 3]$

Disequazioni intere e scomposizioni in fattori

ESERCIZIO GUIDA

557 Risolviamo la disequazione  $x^3 - 9x > 0$ .

Scomponiamo in fattori il polinomio:

$x(x^2 - 9) > 0 \rightarrow x(x - 3)(x + 3) > 0$ .

Studiamo il segno dei fattori e compiliamo a fianco il quadro dei segni:

- $x > 0$ ;
- $x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$ ;
- $x + 3 > 0 \rightarrow x > -3$ .

La disequazione ha per soluzione gli intervalli in cui il polinomio è positivo:

$-3 < x < 0 \vee x > 3$ .

