Semplifica le seguenti espressioni, supponendo verificate le C.E. (Negli esercizi in cui non sono poste condizioni sulle espressioni letterali, supponi che i fattori che compongono i radicandi siano non negativi.)

351 $\sqrt{b^3} - \sqrt{b}$ $[(b-1)\cdot\sqrt{b}]$

352 $\sqrt[5]{a^2b} : \sqrt[10]{2a} \cdot \sqrt[2]{3ab}$ $\left[\sqrt[10]{\dfrac{243a^8b^7}{2}}\right]$

353 $\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} + 2\sqrt{a} + \sqrt{b}$ $[(a+2)\sqrt{a} + (1-b)\sqrt{b}]$

354 $3\sqrt{x} - \dfrac{2}{3}\sqrt{x} + \sqrt{y} - \dfrac{7}{3}\sqrt{x}$ $[\sqrt{y}]$

355 $\dfrac{1}{2}\sqrt{a} - \dfrac{4}{5}\sqrt{b} - \sqrt{a} + 0{,}4\cdot\sqrt{b}$ $\left[-\dfrac{1}{2}\sqrt{a} - \dfrac{2}{5}\sqrt{b}\right]$

356 $\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + 5\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$ $[\sqrt[4]{2} + 12\sqrt[3]{2}]$

357 $(4+\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2}-1)^2 - 3(4\sqrt{2}+2)$ $[3]$

358 $[(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1) - (\sqrt{5}-1)^2 - (\sqrt{5}-4)^2] : 2$ $[5\sqrt{5}-4]$

359 $6\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} - 7\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 9\sqrt{b} + \sqrt{a}$ $[-\sqrt{ab} + 9\sqrt{b}]$

360 $\sqrt{\dfrac{3ab^2}{c}} : \sqrt{\dfrac{9b^2}{c}} \cdot \sqrt{\dfrac{a}{3}}$ $\left[\dfrac{a}{3}\right]$

361 $\sqrt[3]{\dfrac{2x^2}{3y}} : \sqrt{\dfrac{x}{y}} \cdot \sqrt[6]{\dfrac{xy^2}{3}}$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{4x^2y^3}{27}}\right]$

362 $\sqrt{2(a-b)} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\dfrac{1}{4a-4b}}}$ $[\sqrt[6]{2(a-b)^2}]$

363 $\sqrt{\sqrt{(2x+3)^3}} : \sqrt[6]{2x+3}$ $[\sqrt[12]{(2x+3)^7}]$

364 $\sqrt[3]{\dfrac{x}{y^3} - \dfrac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x-8y}$ $\left[\dfrac{(1-y)^2}{y}\sqrt[3]{x-y}\right]$

365 $\sqrt[4]{\dfrac{a^2-b^2}{x^4-y^4}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{(a-b)^3}{(x-y)^3}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{x+y}{a-2b}}$ $\left[\left(\dfrac{a-b}{x-y}\right)\sqrt[4]{\dfrac{a+b}{(x^2+y^2)(a-2b)}}\right]$

366 $\sqrt{\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}} \cdot \sqrt{\dfrac{a^2-b(a-b)}{a+b}} : \sqrt{\dfrac{a^3+b^3}{a^2-b^2}}$ $\left[\dfrac{1}{a-b}\sqrt{a+b}\right]$

367 $\sqrt{\dfrac{a^3+2a^2+a}{a^2+6a+9}} + \sqrt{\dfrac{a^3+4a^2+4a}{a^2+6a+9}} - \sqrt{\dfrac{a^3}{a^2+6a+9}}$ $[\sqrt{a}]$

368 $\sqrt{\dfrac{a^2-1}{a^2+a-2}} : \sqrt[3]{\dfrac{a^2-4}{a+1}} \cdot \sqrt[6]{\dfrac{a+2}{a^2+2a+1}}$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{(a+1)^3}{(a+2)^4(a-2)^2}}\right]$

c) Il denominatore è un unico radicale che ha per radicando un binomio; moltiplichiamo per tale radicale:

$$\frac{a+b}{\sqrt{a+b}} = \frac{(a+b)\cdot\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b}\cdot\sqrt{a+b}} = \frac{\cancel{(a+b)}\sqrt{a+b}}{\cancel{a+b}} = \sqrt{a+b}.$$

d) Quando al denominatore compare la somma di due termini di cui almeno uno è una radice quadrata, moltiplichiamo il numeratore e il denominatore per la differenza dei due termini.
Se compare una differenza, moltiplichiamo per la somma, in modo da poter utilizzare in entrambi i casi il prodotto notevole $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$.

$$\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(a+b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{(a+b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}.$$

Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni.

431 $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{3}{\sqrt{27}}$; $\frac{2}{\sqrt{3}}$. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}\right]$

432 $\frac{20}{\sqrt{10}}$; $\frac{5}{\sqrt{2}}$; $\frac{6}{\sqrt{8}}$. $\left[2\sqrt{10}; \frac{5}{2}\sqrt{2}; \frac{3}{2}\sqrt{2}\right]$

433 $\frac{1}{4\sqrt{2}}$; $\frac{3+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$; $\frac{7}{2\sqrt{7}}$. $\left[\frac{\sqrt{2}}{8}; \frac{\sqrt{3}+1}{5}; \frac{\sqrt{7}}{2}\right]$

434 $\frac{4}{\sqrt[3]{4}}$; $\frac{2}{\sqrt[3]{6}}$; $\frac{12}{\sqrt[5]{8}}$. $\left[2\sqrt[3]{2}; \frac{\sqrt[3]{36}}{3}; 6\sqrt[5]{4}\right]$

435 $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$; $\frac{3}{\sqrt[5]{3}}$; $\frac{2x}{\sqrt[4]{x}}$. $[2\sqrt[3]{4}; \sqrt[5]{81}; 2\sqrt[4]{x^3}]$

436 $\frac{1}{\sqrt{x}}$; $\frac{2x}{\sqrt{3x}}$; $\frac{2x}{\sqrt{xy}}$. $\left[\frac{\sqrt{x}}{x}; \frac{2}{3}\sqrt{3x}; \frac{2}{y}\sqrt{xy}\right]$

437 $\frac{ab^2}{\sqrt{abx}}$; $\frac{2x^2y}{\sqrt{x^3y}}$; $\frac{2a^3}{\sqrt{18ab}}$. $\left[\frac{b}{x}\sqrt{abx}; 2\sqrt{xy}; \frac{a^2}{3b}\sqrt{2ab}\right]$

438 $\frac{x}{3\sqrt{2x}}$; $\frac{1}{2a\sqrt{3a}}$; $\frac{\sqrt{2a+2}}{\sqrt{2ax}}$. $\left[\frac{\sqrt{2x}}{6}; \frac{\sqrt{3a}}{6a^2}; \frac{\sqrt{ax(a+1)}}{ax}\right]$

439 $\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$; $\frac{a^2-4}{\sqrt{a+2}}$; $\frac{3y+9}{\sqrt{y+3}}$. $[\sqrt{x-1}; (a-2)\sqrt{a+2}; 3\sqrt{y+3}]$

440 $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$; $\frac{a^2+2ab+b^2}{\sqrt{a+b}}$; $\frac{x-y}{\sqrt{x-y}}$. $\left[\frac{\sqrt{a+b}}{a+b}; (a+b)\sqrt{a+b}; \sqrt{x-y}\right]$

441 $\frac{xy}{\sqrt[3]{xy^2}}$; $\frac{2ab}{\sqrt[5]{a^4b^2}}$; $\frac{4x^2y}{\sqrt[7]{8x^5y^2}}$. $[\sqrt[3]{x^2y}; 2\sqrt[5]{ab^3}; 2x\sqrt[7]{16x^2y^5}]$

442 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$; $\frac{3}{\sqrt{7}+1}$; $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$. $\left[\sqrt{2}+1; \frac{\sqrt{7}-1}{2}; \sqrt{6}+1\right]$

443 $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$; $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; $\frac{10}{\sqrt{3}-1}$. $[\sqrt{5}-1; \sqrt{5}+\sqrt{2}; 5(\sqrt{3}+1)]$

444 $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; $\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$; $\frac{x^2-4y}{x-2\sqrt{y}}$. $\left[\sqrt{x}-\sqrt{y}; \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}; x+2\sqrt{y}\right]$

RIEPILOGO LE ESPRESSIONI IRRAZIONALI

TEST

471 Quale dei seguenti valori è il risultato dell'espressione: $5\sqrt[3]{32}-\left(\frac{2\sqrt[9]{84}}{\sqrt[9]{21}}\right)^3$?

A $9\sqrt[3]{4}$
B $2\sqrt[3]{4}$
C $10\sqrt[3]{4}-128$
D $10\sqrt[3]{4}-8\sqrt[27]{4}$
E Nessuno dei precedenti.

472 Sulle tre espressioni
1. $(5-3\sqrt{2})(5+3\sqrt{2})$,
2. $(\sqrt{6}-1)^2$,
3. $(\sqrt[3]{\sqrt[4]{117\,649}})^2$,
puoi affermare che:

A tutte e tre hanno lo stesso risultato.
B solo 1 e 2 hanno lo stesso risultato.
C solo 1 e 3 hanno lo stesso risultato.
D solo 2 e 3 hanno lo stesso risultato.
E i loro risultati sono tutti diversi.

473 Per razionalizzare il denominatore della frazione $\frac{x}{\sqrt{4x}-6}$ è sufficiente moltiplicare numeratore e denominatore per:

A $\sqrt{4x}-6$.
B $2x+6$.
C $\sqrt{4x+6}$.
D $2\sqrt{x}+3$.
E $\sqrt{x}+3$.

474 Quale delle seguenti espressioni è lo sviluppo di un quadrato di binomio?

A $x+3-6\sqrt{x}$
B $a^2+b+a\sqrt{4b}$
C $4+\sqrt{3}$
D $a-\sqrt{2ab}+b$
E $x+y^2+2x\sqrt{y}$

475 Il radicale $\sqrt{a+3-2\sqrt{3a}}$, con $a\geq 3$, è equivalente a:

A $a+\sqrt{3}$.
B $\sqrt{3}-\sqrt{a}$.
C $\sqrt{3-11a}$.
D $\sqrt{a}-\sqrt{3}$.
E $\sqrt{3-\sqrt{3a}}$.

Semplifica le seguenti espressioni. Supponi positivi i fattori letterali che compongono i radicandi.

476 $\frac{3+2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

477 $\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{7-4\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}+2}$ $[-2\sqrt{5}]$

478 $\frac{7+2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{4}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$ $[2(1+\sqrt{6})]$

479 $[(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{2}):\sqrt{6}](5-2\sqrt{6})-1$ $[0]$

480 $(\sqrt{6}-1)\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{6-\sqrt{11}}\cdot\sqrt{6+\sqrt{11}}$ $[0]$

481 $\sqrt{\left(\sqrt{5}-2+\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}+2}\right):\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{7}-1}}-\sqrt{11-2\sqrt{30}}$ $[\sqrt{5}]$

482 $(\sqrt{5}x-3y+\sqrt{2})(3y-\sqrt{2}+\sqrt{5}x)$ $[5x^2-9y^2-2+6\sqrt{2}y]$

483 $(2+\sqrt{3}x+y)(2+\sqrt{3}x-y)$ $[4+4\sqrt{3}x+3x^2-y^2]$

484 $(\sqrt{5}+\sqrt{10}y)(5-5\sqrt{2}y+10y^2)$ $[5\sqrt{5}(1+2\sqrt{2}y^3)]$

485 $(\sqrt{2}x-\sqrt{8}y+\sqrt{6})(2\sqrt{2}y+\sqrt{6}+\sqrt{2}x)$ $[2x^2+6+4\sqrt{3}x-8y^2]$

486 $(\sqrt{2}x-\sqrt{6})(2x^2+2\sqrt{3}x+6)$ $[2\sqrt{2}x^3-6\sqrt{6}]$

487 $\dfrac{x^2+2\sqrt{3}\,x+3}{\sqrt{2}\,x^2-3\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}x-\sqrt{6}}{3}$ $\left[\dfrac{x+\sqrt{3}}{3}\right]$

488 $\dfrac{8+2\sqrt{7}}{\sqrt{7}x}\cdot\dfrac{7x^2}{\sqrt{7}+1}$ $[\sqrt{7}x(\sqrt{7}+1)]$

489 $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{x^2-2}:\dfrac{2}{\sqrt{2}x-2}\right)\cdot\dfrac{x+\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ $\left[\dfrac{1}{2}\right]$

490 $\left(\sqrt{\dfrac{2a}{a+b}-1}-\sqrt{\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}}\right)\cdot\dfrac{2a}{a+b}$ $[0]$

BRAVI SI DIVENTA ► E37

491 $\left(\sqrt{\dfrac{a}{a+2}}\cdot\sqrt{\dfrac{a^2+4a+4}{a^3}}+2\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{a}\right)\cdot\sqrt{\dfrac{a^2-1}{9}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{a}{a^2-2a+1}}$

492 $\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{x}\right):\dfrac{5}{4x}\cdot\dfrac{2}{x^2+2\sqrt{3}}$ $\left[\dfrac{4}{5}\right]$

493 $\dfrac{\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}+\sqrt{y}}-\dfrac{2x+y}{2x-y}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{2x}-\sqrt{y}}$ $[0]$

494 $\left(\sqrt{\dfrac{y}{x}}+\sqrt{\dfrac{x}{y}}-2\right):(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$ $\left[\dfrac{\sqrt{xy}}{xy}\right]$

495 $\sqrt{\dfrac{2x-1}{36x^2}}+\sqrt{\dfrac{4x^2-1}{18x^3+9x^2}}+\sqrt{\dfrac{1}{2x}-\dfrac{1}{4x^2}}$ $\left[\dfrac{\sqrt{2x-1}}{x}\right]$

496 $\sqrt{a^6+a^4}+\sqrt{a^2+1}-\sqrt{a^6+3a^4+3a^2+1}$ $[0]$

497 $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)[(b\sqrt{a}+a\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})-2ab]$ $[a^2-b^2]$

498 $1+\sqrt[4]{a^2b^2}\cdot\sqrt[3]{ab}:\sqrt[6]{ab}\cdot\sqrt[3]{a^4b^4}-2a^2b^2$ $[1-a^2b^2]$

499 $\left(\dfrac{x+\sqrt{3}}{3}+\dfrac{x+\sqrt{3}}{x}\right)\cdot\dfrac{3}{x^2-3}:\dfrac{x^2+3x}{x-\sqrt{3}}$ $\left[\dfrac{1}{x^2}\right]$

500 $\left(\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-4\sqrt{x+1}+\sqrt{16x^3+16x^2}\right):\dfrac{(1-2x)^2}{x}$ $[\sqrt{x+1}]$

501 $\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{x}\right):\left(\dfrac{\sqrt{2}}{x}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{x-\sqrt{6}}\right)$ $\left[\dfrac{\sqrt{2}x}{x+2}\right]$

502 $\dfrac{1}{xy}\cdot\left(\sqrt{xy}-\dfrac{xy}{x-\sqrt{xy}}\right)\cdot\left(\sqrt{xy}+\dfrac{xy}{x+\sqrt{xy}}\right)$ $\left[\dfrac{x-4y}{x-y}\right]$

503 $\left(\dfrac{2x^2-2\sqrt{7}x-28}{\sqrt{20}}\cdot\dfrac{x^2}{x-2\sqrt{7}}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{2x^2+2\sqrt{7}x}$ $\left[\dfrac{x}{2}\right]$