

## 6. La forza elastica



figura 20

### Forza elastica di una molla

La forza elastica della molla è una forza di richiamo che tende a riportare la molla alla sua lunghezza iniziale.

PLUS

Laboratorio La legge di Hooke

Per allungare una molla dobbiamo compiere un certo sforzo. Ciò è dovuto al fatto che quando viene allungata, la molla esercita sulla nostra mano una forza di richiamo, detta **forza elastica**, che tende a riportarla alla lunghezza iniziale, come mostrato in figura 20.

### La legge di Hooke

Supponiamo che, allungando una molla di una quantità  $x$ , essa eserciti una forza di intensità  $F$ . Si può verificare che, se allunghiamo la molla di una quantità doppia  $2x$ , la forza elastica diventa  $2F$ , e così via (figura 21). La forza elastica risulta quindi direttamente proporzionale all'allungamento.

Analogamente, se comprimiamo la molla di una quantità  $x$ , la molla spinge la mano con una forza elastica di intensità  $F$ , dove  $F$  ha lo stesso valore del caso precedente. Come ci si può aspettare, una compressione di  $2x$  comporta una spinta della molla di intensità  $2F$ . La differenza rispetto al caso dell'allungamento è che il verso della forza è opposto (figura 22) dal momento che la molla tende comunque a tornare alla sua lunghezza iniziale.

In definitiva possiamo dire che esiste una relazione di proporzionalità diretta tra la forza esercitata da una molla e l'allungamento, o la compressione, che essa subisce. Questa relazione è nota come **legge di Hooke** e prende il nome dal fisico e naturalista inglese Robert Hooke (1635-1703) che per primo la formulò nel 1675.

### Legge di Hooke

Una molla esercita una forza elastica la cui intensità  $F$  è direttamente proporzionale all'allungamento o alla compressione  $x$  della molla, cioè:

$$F = kx$$

In questa espressione  $k$  è la costante di proporzionalità e prende il nome di **costante elastica** della molla. Essendo  $F$  misurata in newton e  $x$  in metri, l'unità di misura di  $k$  è il **newton al metro**, N/m.

TUTOR  
Disegno attivo

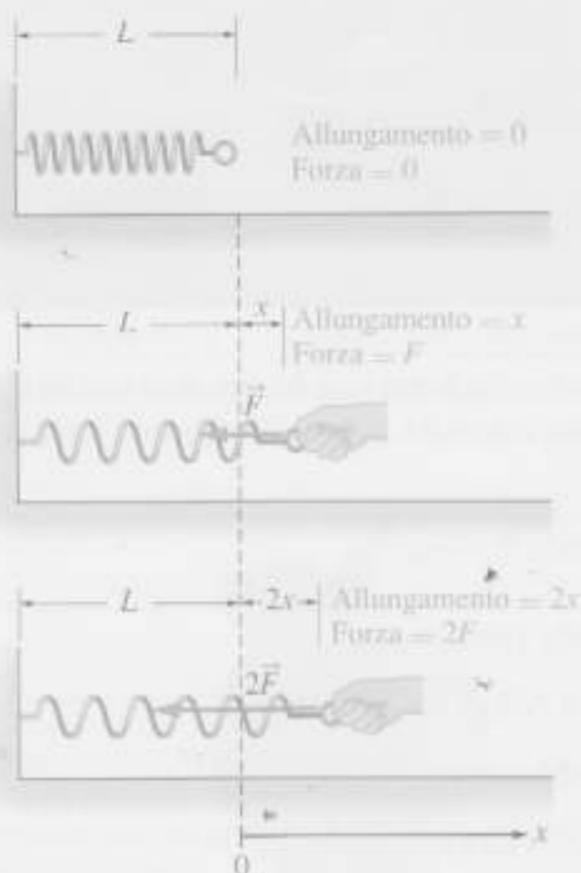


figura 21

### Forza di una molla: allungamento

La forza di richiamo della molla è proporzionale all'allungamento.  
 $L$  è la lunghezza iniziale della molla.

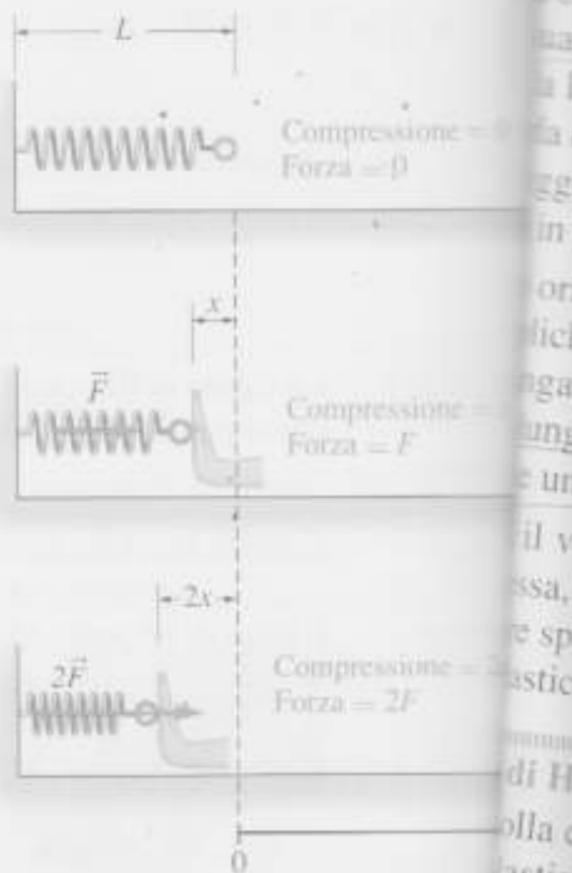
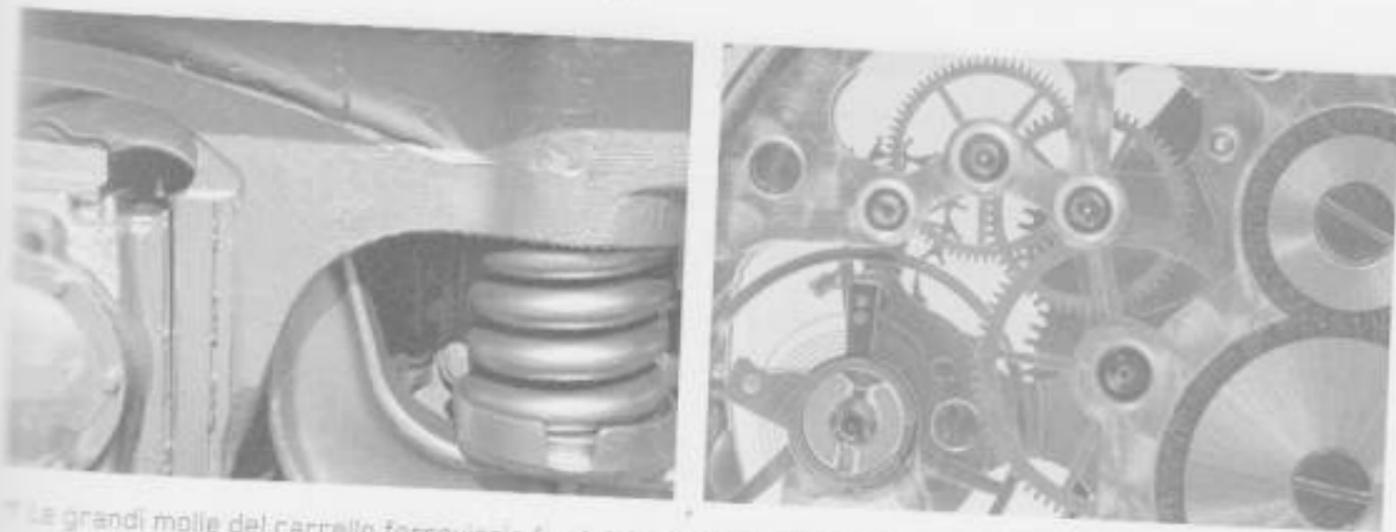


figura 22

Forza di una molla: compressione  
Per una compressione  $x$  la forza elastica è la stessa che per un allungamento di uguale entità, ma il suo verso è opposto.



Le grandi molle del carrello ferroviario (a sinistra) sono così rigide e pesanti che non si riescono a comprimere o allungare con le mani; tuttavia, ne sono necessarie quattro per attenuare le vibrazioni della carrozza. Al contrario, la sottile molla a spirale del bilanciere di un orologio (a destra) si flette anche con una leggerissima pressione; essa però esercita ugualmente una forza sufficiente a mantenere in movimento il delicato meccanismo dell'orologio.

Più grande è il valore di  $k$ , più rigida è la molla, cioè maggiore è la forza alla quale dobbiamo sottoporre la molla per ottenere lo stesso allungamento.

La legge di Hooke è particolarmente importante in fisica perché può essere usata come modello per descrivere una grande varietà di sistemi. Ad esempio, i legami molecolari rappresentano una sorta di "molle interatomiche" che possono essere studiate approssimativamente utilizzando la legge di Hooke (fig. 23).

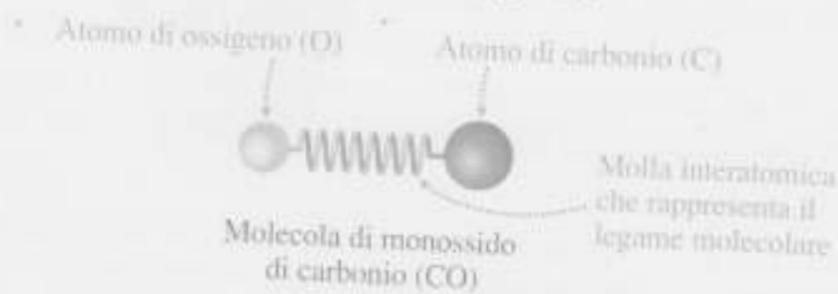


figura 23

Molle interatomiche

La legge di Hooke è una legge empirica, non una legge fisica universale. Ovviamente, non può valere per qualsiasi valore di  $x$ ; ad esempio, sappiamo che, se allunghiamo una molla oltre un certo limite, questa rimane deformata permanentemente e non ritorna più alla sua lunghezza iniziale. Tuttavia, per allungamenti e compressioni abbastanza piccoli, la legge di Hooke è sufficientemente accurata.

Si parla di molle ideali per indicare le molle prive di massa che obbediscono esattamente alla legge di Hooke. In poi, per "molle" intenderemo sempre delle molle ideali.

Adesso siamo ora in grado di capire il principio di funzionamento di un dinamometro a molla. Se applichiamo una forza all'estremo libero di un dinamometro, la molla al suo interno si allunga di una quantità direttamente proporzionale alla forza applicata. La misura dell'allungamento della molla letta sulla scala del dinamometro fornisce quindi indirettamente una misura della forza.

Ma poiché il verso della forza elastica cambia a seconda che la molla venga allungata o compressa, conviene riscrivere la **legge di Hooke in forma vettoriale** indicando con  $\vec{x}$  lo spostamento dell'estremità della molla dalla posizione di equilibrio e con  $\vec{F}$  la forza elastica, come mostrato in figura 24:

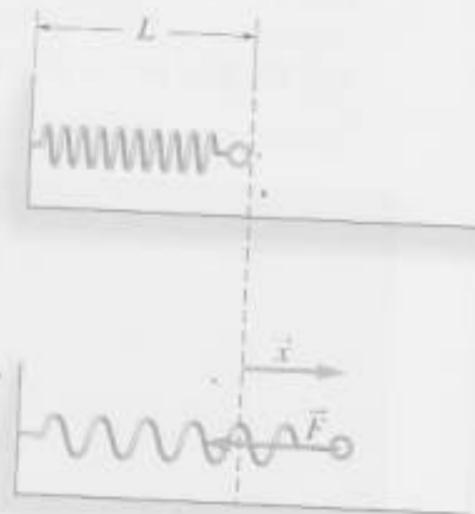


figura 24

Legge di Hooke in forma vettoriale  
La forza elastica  $\vec{F}$  è opposta allo spostamento  $\vec{x}$ .

**Legge di Hooke in forma vettoriale** ←

Una molla che subisce uno spostamento  $\vec{x}$  dalla posizione di equilibrio esercita una forza elastica data da:

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad \text{dove } k \text{ è la costante elastica della molla}$$

Il segno meno in questa relazione esprime il fatto che la forza elastica è sempre opposta allo spostamento della molla dalla posizione di equilibrio.

## ESERCIZIO

2. Due molle 1 e 2 hanno rispettivamente costante elastica  $k_1 = 200 \text{ N/m}$  e  $k_2 = 100 \text{ N/m}$ .
- a) Se si applica a entrambe le molle la stessa forza  $F = 4 \text{ N}$ , qual è il loro allungamento?
- b) Rappresenta graficamente la legge di Hooke per le due molle.

- a) Dalla legge di Hooke si ottiene che l'allungamento della molla 1 è:

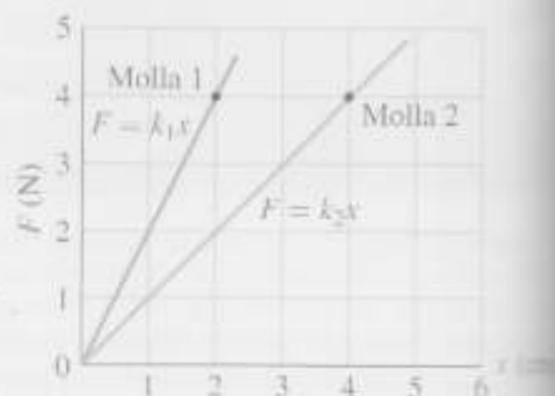
$$x = \frac{F}{k_1} = \frac{4 \text{ N}}{200 \text{ N/m}} = 0,02 \text{ m}$$

mentre l'allungamento della molla 2 è:

$$x = \frac{F}{k_2} = \frac{4 \text{ N}}{100 \text{ N/m}} = 0,04 \text{ m}$$

cioè il doppio.

- b) La legge di Hooke per le due molle è rappresentata dalle rette in figura. Notiamo che quanto più grande è la costante elastica, tanto più è ripida la retta che descrive la legge.



## Fisica e... medicina

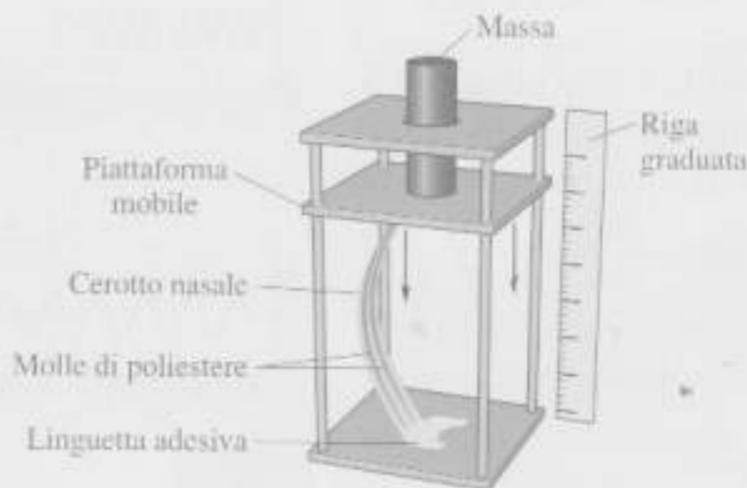
### I cerotti nasali

Molte persone usano i cerotti nasali per alleviare una serie di problemi respiratori. Inizialmente introdotti per eliminare il russamento, ora vengono utilizzati, oltre che dagli atleti, anche per numerose altre funzioni; ad esempio, i dentisti hanno scoperto che i cerotti nasali consentono ai pazienti di respirare meglio durante le operazioni di cura dentale; anche gli allevatori di cavalli ne hanno scoperto i vantaggi e hanno cominciato ad applicare cerotti di grandi dimensioni ai cavalli da corsa per ridurre l'affaticamento e lo stress polmonare.

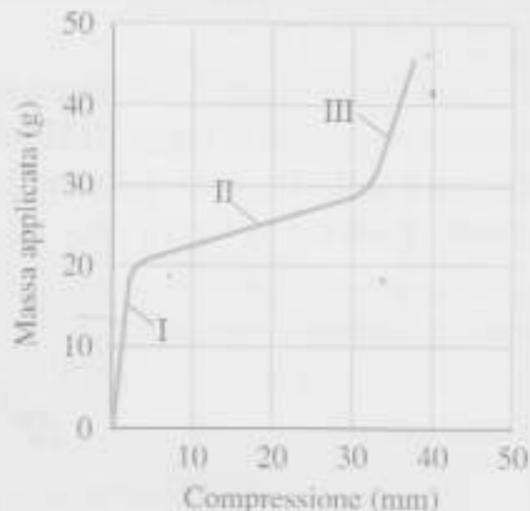
Uno dei più grandi vantaggi dei cerotti nasali è che non richiedono l'utilizzo di alcun tipo di farmaco. Un cerotto nasale è un **dispositivo meccanico, composto da due molle piatte** di poliestere, inserite in una

fascetta adesiva. Quando viene applicato al naso, le molle esercitano una forza verso l'esterno, che allarga le narici e riduce la resistenza che il flusso d'aria incontra durante l'inspirazione.

Per misurare il comportamento di questi cerotti si utilizza il dispositivo mostrato in figura. Ponendo sulla piattaforma mobile una certa massa, il cerotto si comprime e la forza elastica che esso esercita uguaglia il peso della massa posta sulla piattaforma. Il grafico riportato illustra la relazione tra la massa applicata (proporzionale alla forza elastica) e la compressione di un cerotto. Dal grafico si vede che, sebbene la relazione non sia lineare, ci sono tre regioni (I, II, III) in ognuna delle quali il comportamento è quello previsto dalla legge di Hooke.



Dispositivo per la verifica del comportamento di un cerotto nasale



Relazione tra la massa applicata e la compressione subita dal cerotto

## 7. Le forze di attrito

Anche la più liscia delle superfici, se osservata a livello atomico, risulta scabra e dentellata, come mostrato in figura 25. Per far scorrere due superfici l'una sull'altra, occorre superare la resistenza dovuta agli urti fra i loro microscopici avvallamenti. Questa resistenza è l'origine della forza che chiamiamo **attrito**.

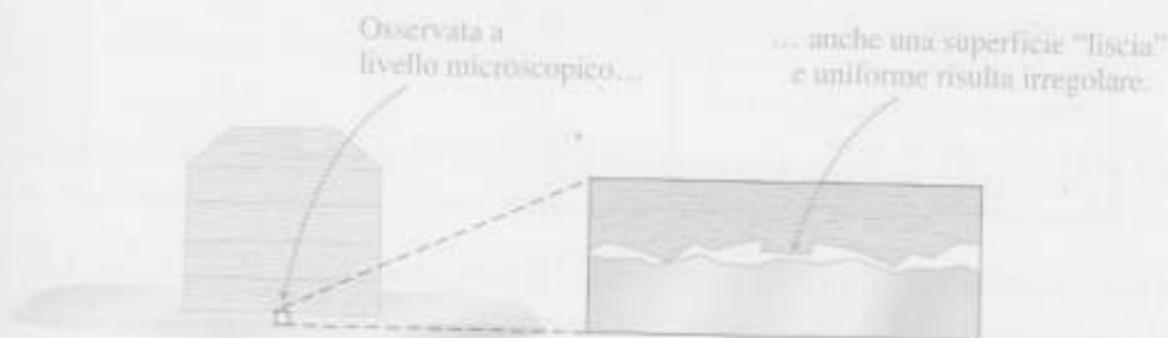


figura 25  
L'origine dell'attrito

Poiché l'attrito dipende da molti fattori, ad esempio il materiale, la finitura delle superfici, la presenza di lubrificanti, non esiste una legge fisica semplice e universale che lo descriva. Ci sono, però, alcune utilissime *leggi empiriche* che permettono di calcolare le forze di attrito. Illustreremo queste leggi per i tipi di attrito più comuni.

Una prima distinzione è quella fra l'attrito che si manifesta quando un corpo *scivola* su una superficie, detto **attrito radente**, e l'attrito che si manifesta quando un corpo *rotola* su una superficie, detto **attrito volvente**.

L'attrito volvente è *molto meno intenso* dell'attrito radente tra le stesse superfici.

C'è un'ulteriore forma di attrito, detta **attrito del mezzo** o **attrito viscoso**, che si oppone al moto di un corpo in un mezzo fluido (cioè in un gas o in un liquido) e che dipende dalla velocità del corpo.

Le tre forme di attrito sono illustrate negli esempi della figura 26.

La forza di attrito radente si distingue in:

- **attrito dinamico**, che si oppone *allo scorrimento* di un corpo su una superficie;
- **attrito statico**, che si oppone *al distacco* di un corpo da una superficie.

Come vedremo, la forza di attrito radente è proporzionale alla forza premente sulla superficie, ma è indipendente dalla superficie di contatto fra le superfici ed è espressa dalla relazione:

$$F_{\text{attrito}} = \mu \cdot F_{\perp}$$

dove  $F_{\perp}$  è la *forza premente* sulla superficie, cioè la componente perpendicolare della forza che agisce sulla superficie, e  $\mu$  è il **coefficiente di attrito**.

figura 26  
Esempi di situazioni in cui si manifestano le tre forme di attrito



**a) Attrito radente**  
I giocatori di hockey manovrano facilmente il disco in gomma vulcanizzata, grazie all'attrito radente fra disco e ghiaccio.

**b) Attrito volvente**  
Percorrendo la curva un'auto si mantiene in traiettoria grazie all'attrito volvente fra i suoi pneumatici e la superficie stradale.

**c) Attrito viscoso**  
L'attrito viscoso con l'aria rallenta il moto del ciclista; per ridurre questo attrito i ciclisti assumono posizioni compatte sulla bicicletta.

Poiché  $F_{\text{attrito}}$  e  $F_{\perp}$  sono entrambe forze e hanno la stessa unità di misura,  $\mu$  è un *numero adimensionale*. I suoi valori tipici variano fra 0 e 1 e alcuni di essi sono riportati in tabella 2.

**tabella 2** Alcuni valori dei coefficienti di attrito

Materiale	Attrito dinamico $\mu_d$	Attrito statico $\mu_s$
Gomma su cemento (asciutto)	0,80	1
Acciaio su acciaio	0,57	0,74
Vetro su vetro	0,40	0,94
Legno su pelle	0,40	0,50
Gomma su cemento (bagnato)	0,25	0,30
Sci sciolti su neve	0,05	0,10
Articolazione del ginocchio	0,003	0,01

Come si può osservare dalla tabella, in genere il *coefficiente di attrito statico*  $\mu_s$  è maggiore del *coefficiente di attrito dinamico*  $\mu_d$  e questo significa che la forza di attrito statico è maggiore della forza di attrito dinamico, come vedremo nella parte che segue. Per alcuni particolare materiali, ad esempio nel caso di uno pneumatico a contatto con il cemento asciutto,  $\mu_s$  può essere anche maggiore di 1.

La forza di attrito è una grandezza vettoriale, che ha direzione parallela alla superficie di contatto e ha verso opposto a quello dello scorrimento, nel caso di attrito dinamico, e a quello in cui si muoverebbe l'oggetto se non ci fosse attrito, nel caso di attrito statico.

## L'attrito dinamico

L'**attrito dinamico**, come dice il nome, si manifesta quando un corpo si muove scivolando su una superficie. La forza di attrito dinamico  $F_d$ , dovuta al contatto tra la superficie del corpo e quella su cui esso si muove, agisce in modo da opporsi allo scivolamento del corpo, come mostrato in figura 27.



a) La forza di attrito tra il mobile e il pavimento impedisce lo scivolamento verso destra ed è quindi diretta nel *verso opposto* alla forza che spinge il mobile.

b) La forza di attrito non sempre si oppone al movimento del corpo. Ad esempio, la forza di attrito tra il piede dell'atleta e il terreno impedisce lo scivolamento all'indietro ed è quindi diretta nel *verso del movimento*.

**figura 27**

Attrito dinamico

Si può verificare sperimentalmente che la forza di attrito dinamico non dipende dall'area della superficie di contatto né dalla velocità del corpo, ma solo dalla forza che agisce *perpendicolarmente* sulla superficie.

In termini matematici, la legge dell'attrito dinamico è:

Legge dell'attrito dinamico

$$F_d = \mu_d \cdot F_{\perp}$$

dove  $F_{\perp}$  è la forza premente perpendicolare e la costante di proporzionalità  $\mu_d$  è il **coefficiente di attrito dinamico**.

Se il corpo che scivola sulla superficie non è soggetto ad alcuna forza esterna, la forza premente  $F_{\perp}$  è semplicemente data dal suo peso  $P$ . Consideriamo, ad esempio, un mattone che scorre su una superficie orizzontale, non soggetto ad alcuna forza esterna, come in figura 28. In questo caso la forza di attrito dinamico agisce in direzione opposta al moto e dipende dal peso  $P$  del mattone:

$$F_d = \mu_d \cdot F_{\perp} = \mu_d \cdot P$$

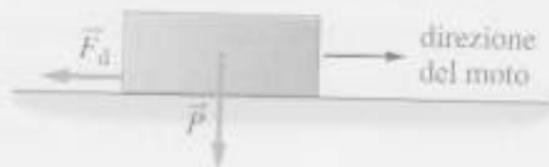


figura 28

Forza di attrito dinamico per un corpo non soggetto a forze esterne

Supponiamo ora di premere con la mano sul mattone con una forza  $F$ , come in figura 29. In questo caso sulla superficie agisce, oltre alla forza peso  $P$  del corpo, anche la forza  $F$  esercitata dalla mano, per cui la forza premente diventa  $F_{\perp} = F + P$ . L'attrito dinamico in questo caso è:

$$F_d = \mu_d \cdot F_{\perp} = \mu_d \cdot (P + F)$$

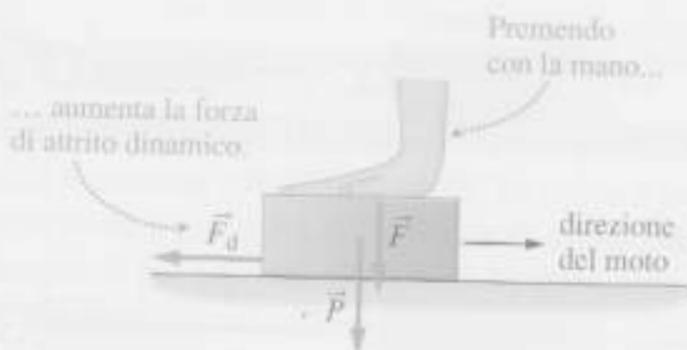
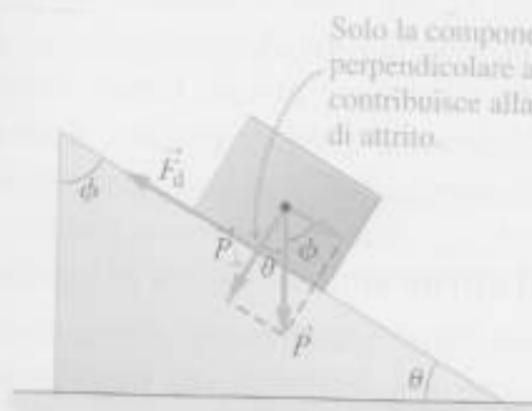


figura 29

Forza di attrito dinamico per un corpo soggetto a una forza esterna

Consideriamo, infine, un'altra situazione molto comune, lo scivolamento di un corpo lungo un piano inclinato, illustrato in figura 30. In questo caso la forza premente è la componente della forza peso perpendicolare al piano, che è inferiore al modulo  $P$  della forza peso. È solo questa componente che contribuisce alla forza di attrito. Nella figura si vede che, se  $\theta$  è l'angolo di inclinazione del piano, la forza premente è  $F_{\perp} = P_{\perp} = P \cos \theta$  ed è sempre minore del peso  $P$ . La forza di attrito su un piano inclinato è quindi minore che su un piano orizzontale:

$$F_d = \mu_d \cdot F_{\perp} = \mu_d \cdot P \cos \theta$$



Solo la componente  $P_{\perp} = P \cos \theta$ , perpendicolare al piano, contribuisce alla forza di attrito.

Gli angoli  $\phi$  sono uguali perché formati da segmenti paralleli. Gli angoli  $\theta$  sono uguali perché entrambi complementari di  $\phi$ .

TUTOR  
Disegno attivo

figura 30

Forza di attrito dinamico su un piano inclinato

Concludiamo in conclusione le leggi empiriche dell'attrito dinamico:

#### Leggi empiriche dell'attrito dinamico

La forza di attrito dinamico tra un corpo e una superficie:

1. è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello dello scivolamento del corpo sulla superficie;

2. è indipendente dall'area della superficie di contatto e dalla velocità del corpo;

3. è proporzionale alla forza premente sulla superficie,  $F_d = \mu_d F_{\perp}$ .

## L'attrito statico

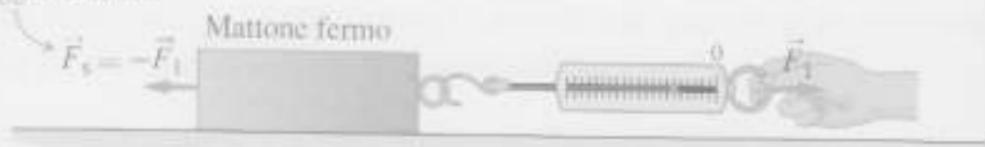
L'attrito statico tende a impedire che un oggetto fermo su una superficie si distacchi da essa, cominciando a scivolare. Anche questo tipo di attrito, come quello dinamico, è dovuto alle microscopiche irregolarità delle superfici a contatto. L'attrito statico è generalmente **maggiore di quello dinamico** perché, quando le superfici sono in contatto statico, i loro microscopici avvallamenti possono aderire maggiormente l'uno all'altro, determinando una forte interazione fra le due superfici, dovuta ai legami molecolari. Consideriamo, ad esempio, un mattone fermo su un tavolo, come mostrato in figura 31.

**TUTOR**  
Disegno attivo

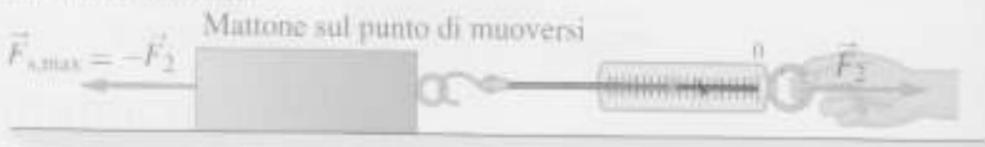
L'attrito statico può avere intensità uguale a 0...



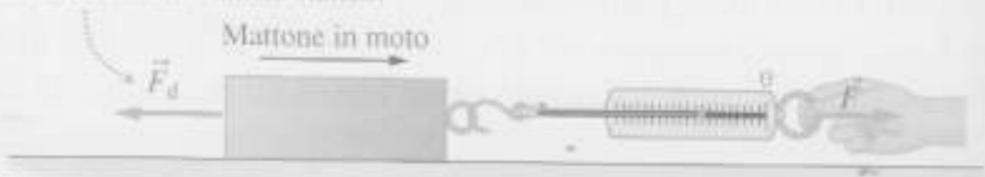
... o maggiore di 0...



... fino a un valore massimo.



Appena l'oggetto inizia a scivolare sul piano, l'attrito diventa dinamico ed è minore del massimo attrito statico.



### figura E1

#### Il limite massimo dell'attrito statico

Man mano che la forza applicata a un oggetto fermo su un piano aumenta, aumenta anche la forza di attrito statico, il cui valore cresce fino a un certo limite. Oltre questo valore massimo, l'attrito statico non può più trattenere l'oggetto, che inizia a scivolare sul piano; da questo momento in poi subentra l'attrito dinamico.

Se tiriamo il mattone con una forza così piccola da non riuscire a farlo muovere, sul mattone agisce una forza di attrito statico  $\vec{F}_s$  che tende a mantenerlo fermo, e questa è uguale e opposta alla forza che applichiamo sul mattone. Aumentiamo ora gradualmente l'intensità della forza applicata. Fino a che il mattone rimane fermo, aumenta anche la forza di attrito statico, che continua a compensare quella applicata. A un certo punto il mattone comincia a muoversi e in quel momento la forza di attrito statico raggiunge il suo valore massimo, che indicheremo con  $F_{s,max}$ . Successivamente, l'attrito diventa dinamico. La  $F_{s,max}$  è detta **forza massima di attrito statico** o **forza di attrito al distacco**.

Si trova sperimentalmente che la forza massima di attrito statico non dipende dall'area della superficie di contatto ed è direttamente proporzionale alla forza premerente:

#### Forza massima di attrito statico

$$F_{s,max} = \mu_s \cdot F_{\perp}$$

La costante di proporzionalità  $\mu_s$  è il **coefficiente di attrito statico**.

Il coefficiente di attrito statico tra due superfici dipende da molti fattori, incluso il fatto che le superfici siano asciutte o bagnate. Nel deserto della Valle della Morte, California, ad esempio, le rare ma forti piogge rendono viscido il terreno sabbioso, che può essere a volte ridurre l'attrito tra le rocce e il terreno in modo tale che i forti venti possano trascinare le rocce anche per distanze considerevoli. Il risultato è evidente nelle "scie di roccia" che registrano la direzione del vento.

#### REAL PHYSICS

Da che cosa sono prodotte le "scie di roccia" nel deserto?



Le osservazioni precedenti possono essere riassunte nelle seguenti leggi empiriche dell'attrito statico:

#### Leggi empiriche dell'attrito statico

La forza di attrito statico tra un corpo e una superficie:

• è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello in cui si muoverebbe il corpo in assenza di attrito;

• è indipendente dall'area della superficie di contatto;

• può assumere un qualsiasi valore tra zero e la forza massima di attrito statico

$$F_{s,max} = \mu_s F_{\perp}$$

## Problem solving 5

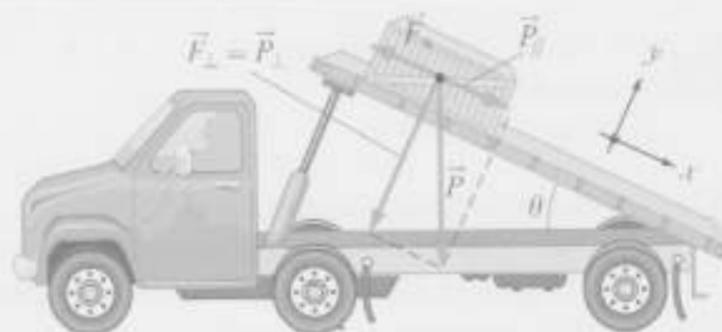


### L'attrito della cassa

Un autocarro inclina lentamente il suo pianale ribaltabile per scaricare una cassa di 95,0 kg. Quando il pianale è inclinato di  $20^\circ$  la cassa è ancora ferma.

- Determina l'intensità della forza di attrito statico che agisce sulla cassa.
- Quando il pianale è inclinato di  $32^\circ$ , la cassa comincia a scivolare. Determina il coefficiente di attrito statico tra la cassa e il pianale.

Quando la cassa è ferma la forza di attrito statico deve compensare la componente della forza peso parallela al pianale. Quando la cassa comincia a muoversi la forza che compensa la componente della forza peso parallela alla superficie è la forza massima di attrito statico, dalla quale possiamo ricavare il coefficiente di attrito statico.



- Usiamo la condizione di equilibrio  $F_s = P_{\parallel}$  per determinare  $F_s$ .
- Usiamo la relazione  $F_{s,max} = \mu_s F_{\perp}$  per determinare  $\mu_s$ .

a) Calcoliamo la componente della forza peso parallela al pianale:

$$P_{\parallel} = mg \cdot \sin \theta = (95,0 \text{ kg}) (9,81 \text{ N/kg}) \sin 20^\circ = 319 \text{ N}$$

Poiché la cassa è ferma,  $F_s = P_{\parallel}$  e quindi  $F_s = 319 \text{ N}$ .

b) Calcoliamo la componente della forza peso parallela al pianale, quando questo è inclinato di  $32^\circ$ :

$$P_{\parallel} = mg \cdot \sin \theta = (95,0 \text{ kg}) (9,81 \text{ N/kg}) \sin 32^\circ = 494 \text{ N}$$

Poiché la cassa comincia a muoversi, la forza massima di attrito statico è  $F_{s,max} = 494 \text{ N}$ .

Calcoliamo la componente della forza peso perpendicolare al pianale:

$$F_{\perp} = P_{\perp} = mg \cdot \cos \theta = (95,0 \text{ kg}) (9,81 \text{ N/kg}) \cos 32^\circ = 790 \text{ N}$$

Dalla relazione  $F_{s,max} = \mu_s F_{\perp}$  ricaviamo  $\mu_s$ :

$$\mu_s = \frac{F_{s,max}}{F_{\perp}} = \frac{494 \text{ N}}{790 \text{ N}} = 0,625$$

Se il pianale dell'autocarro non potesse inclinarsi più di  $10^\circ$ , quale valore minimo dovrebbe avere il coefficiente di attrito statico fra la cassa e il pianale? [0,176]