

- 170  $\frac{-7a}{a-1} + \frac{5a^2-9a-46}{a^2-4a+3} - \frac{5a-1}{3-a}$   $\left[ \frac{3(a+5)}{a-1} \right]$  177  $\frac{4ab}{a^2-b^2} - \frac{2a}{a-b} + \frac{1}{a+b}$   $\left[ \frac{1-2a}{a+b} \right]$   
 171  $\frac{-2x}{3x^2+4x+1} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{9x^2-1}$   $\left[ \frac{3x}{9x^2-1} \right]$  178  $\frac{x+3}{x+4} - \frac{1}{3-x} - \frac{4x-5}{x^2+x-12}$   $\left[ \frac{x}{x+4} \right]$   
 172  $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x}$   $\left[ \frac{2-x}{(x-1)^2} \right]$  179  $\frac{x+2}{2x^2+2x} - \frac{3x}{x^2-1} + \frac{4x^2+x+1}{x^2-x}$   $\left[ \frac{3}{2(x-1)} \right]$   
 173  $\frac{3a}{3a-9} - \frac{a^2+3a}{a^2-9} + \frac{a^2-3a}{(a-3)^2}$   $\left[ \frac{a}{a-3} \right]$  180  $\frac{a}{a^2+2a+1} + \frac{1-a}{a^2-a-2} + \frac{3a-6}{3(a+1)^2}$   $\left[ \frac{a-2}{3(a+1)^2} \right]$   
 174  $\frac{3}{x-5} + \frac{7-2x}{x^2-11x+30} - \frac{5}{6-x}$   $\left[ \frac{6}{x-5} \right]$  181  $\frac{a^2-4b^2}{a^2-b^2} + \frac{1}{a-b} - \frac{a+2b}{a^2+ab+b^2}$   $\left[ \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \right]$   
 175  $\frac{2+a}{2-a} - \frac{2-a}{2+a} - \frac{a(8-a)}{4-a^2}$   $\left[ \frac{a^2}{4-a^2} \right]$  182  $\frac{2a}{a^2-4} + \frac{a-1}{2-a} - \frac{4a}{a^2+4a+4}$   $\left[ \frac{a^2+7a+2}{(a+2)^2} \right]$   
 176  $\frac{2x-1}{4x^2+2x} - \frac{1}{2x} + \frac{4x-2}{4x^2-1}$   $\left[ \frac{2x-1}{x(2x+1)} \right]$  183  $\frac{2x+4}{x-2} - \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} - \frac{2x^2-8}{x^2-4x+4}$   $\left[ \frac{-x+2}{x-2} \right]$

184 **TEST** Qual è la frazione algebrica che equivale a  $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$ ?

A  $\frac{2b}{a^2-b^2}$  B  $\frac{4ab}{a^2-b^2}$  C  $\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$  D 0

185 **TEST**  $\frac{x^2}{x^2-25}$  è la somma di  $\frac{x}{x-5}$  con:

A  $-\frac{5x}{x^2-25}$  B  $\frac{x}{x+5}$  C  $\frac{5x}{x^2-25}$  D  $-\frac{x}{x+5}$

186 Considera la sequenza:  
 $1 + 1, \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \frac{1}{3} + \frac{1}{9}, \frac{1}{4} + \frac{1}{16}, \dots$

a. Scrivi altri due elementi e il termine generale sotto forma di unica frazione.  
 b. Calcola il valore del decimo termine.  $\left[ b \right] \frac{11}{100}$

**MATEMATICA AL COMPUTER**

**Operiamo con le frazioni algebriche**

Con Wiris possiamo eseguire calcoli con le frazioni algebriche. Per esempio, se dobbiamo calcolare la somma di tre frazioni algebriche, dopo aver scritto i passaggi sul quaderno, li possiamo verificare al computer, uno dopo l'altro.

► Problema e risoluzione.  
 ► 7 esercizi in più.

Date le funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$ , esprimi mediante una sola frazione  $f(x) + g(x)$  e  $f(x) - g(x)$ . Calcola, quando è possibile, i valori delle funzioni ottenute per i valori di  $x$  indicati.

- 187  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ ;  $g(x) = \frac{1}{x-1}$ .  $\left[ -2 \quad -1 \quad 0 \quad 3 \right]$
- 188  $f(x) = \frac{1}{x^2+3x+2}$ ;  $g(x) = \frac{1}{x^2+5x+6}$ .  $\left[ -2 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \right]$

189 Calcola il perimetro della figura a lato. ( $a > 0$ )

$\left[ \frac{7a^2+5a+5}{a^2(a+1)} \right]$

190 Calcola il perimetro della cornice quadrata colorata, che ha spessore costante di  $\frac{y}{2y+2}$  cm, con  $y > 0$ .

$\left[ \frac{4y+16}{y+1} \text{ cm} \right]$

**MULTIPLICAZIONE** Teoria a pagina 336

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

**Monomi a numeratore e denominatore**

**ESEMPIO**

$\frac{3x}{5y^3} \cdot \frac{10xy^2}{4x} = \frac{3x}{5y^3} \cdot \frac{10 \cancel{x} y^2}{\cancel{4} x} = \frac{3x}{2y}$ , con C.E.:  $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ .

poniamo le C.E. e semplifichiamo  $\rightarrow$  moltiplichiamo i numeratori tra loro e i denominatori tra loro

**CHECKER** Esegui le seguenti moltiplicazioni.

- 191  $\frac{15x^4y^2}{8x} \cdot \frac{4y^3}{5xy}$   $\left[ \frac{3x^3y^5}{2} \right]$  195  $\left( \frac{2a^6}{b^5} \right) \left( \frac{-3a}{4b} \right) \frac{10ab}{a^2}$   $\left[ \frac{15a}{b^6} \right]$   
 192  $\frac{2a^4b^5}{10ab^6} \cdot \frac{15a^2}{2b}$   $\left[ \frac{3a^2}{2b^2} \right]$  196  $\frac{12a^2b^2c}{5} \cdot \frac{25}{24a^6c}$   $\left[ \frac{5a^2b^2}{2} \right]$   
 193  $\frac{-3x}{x^2y^3} \cdot \frac{2y^3}{18x^2}$   $\left[ -\frac{1}{3x^2y^3} \right]$  197  $\frac{x^2yz^3}{3a^2} \cdot \frac{9a}{xyz}$   $\left[ \frac{3xz^2}{a^2} \right]$   
 194  $\frac{15x^4y^3}{45y} \cdot \frac{36xy^2}{2}$   $\left[ 6x^4y^2 \right]$  198  $\left( -\frac{1}{3y} \right) \left( -\frac{y^2}{x^2a} \right) \cdot \frac{a^2}{2}$   $\left[ \frac{y^2a^2}{6x^2} \right]$

**Polinomi a numeratore e denominatore**

**ESEMPIO**

$\frac{x^2-9}{x^2-3x} \cdot \frac{x-2}{x^2-4x+4} \cdot \frac{3x}{2x+6} = \dots$  scomponiamo in fattori

$\frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)} \cdot \frac{x-2}{(x-2)^2} \cdot \frac{3x}{2(x+3)} = \dots$  scriviamo le C.E. e semplifichiamo

C.E.:  $x \neq 0 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 2$

$\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{x\cancel{(x-3)}} \cdot \frac{x-2}{(x-2)\cancel{(x-2)}} \cdot \frac{3\cancel{x}}{2(x+3)} = \frac{3}{2(x-2)}$

**CHECKER** Esegui le seguenti moltiplicazioni.

- 199  $\frac{4y-12}{y} \cdot \frac{y^2}{3y-9}$   $\left[ \frac{4}{3} \right]$  207  $\frac{a^2+4a+4}{2-a} \cdot \frac{2a^2-8a+8}{a^2-4}$   $\left[ -2(a+2) \right]$   
 200  $\frac{6a}{a-2} \cdot \frac{a^2-2a}{a^2}$   $\left[ 6 \right]$  208  $\frac{24}{xy+x-y-1} \cdot \frac{x^2-1}{6x+6}$   $\left[ \frac{4}{y+1} \right]$   
 201  $\frac{2b-8}{b} \cdot \frac{-b^3}{3b-12}$   $\left[ -\frac{3}{2}b^2 \right]$  209  $\frac{x^2+5x+6}{4x^2+12x} \cdot \frac{x^2}{x^2-4}$   $\left[ \frac{x^2}{4(x-2)} \right]$   
 202  $\frac{y(y-1)^2}{3-a} \cdot \frac{6-2a}{y^2-y}$   $\left[ 2(y-1) \right]$  210  $\frac{18x^2y^2-2}{4y-4} \cdot \frac{3y^2-3y}{3x^2y+3xy-1-x}$   $\left[ \frac{3y(3xy+1)}{2(x+1)} \right]$   
 203  $\frac{x^2-2x+1}{3} \cdot \frac{12}{y(x-1)}$   $\left[ \frac{4(x-1)}{y} \right]$  211  $\frac{x^3+x^2y+xy^2}{14x^2y} \cdot \frac{2xy-2y^2}{x^2-y^3}$   $\left[ \frac{1}{7x} \right]$   
 204  $\frac{x^2y-xy^2}{a^2b^3} \cdot \frac{(ab)^4}{(x-y)^2}$   $\left[ \frac{xyab}{x-y} \right]$  212  $\frac{x^2+1}{x^2-3xy-4y^2} \cdot \frac{2x-8y}{x-1}$   $\left[ \frac{2(x^2+1)}{(x+y)(x-1)} \right]$   
 205  $\frac{a^2+a^2b}{a^2b+b^3} \cdot \frac{a^2b^2+ab^4}{a^2-b^2}$   $\left[ \frac{a^2b}{a-b} \right]$  213  $\frac{a^4+ab^3}{a^2x^2-b^2x^3} \cdot \frac{x^4-x^3-2x^2}{3ax-6a}$   $\left[ \frac{(a^2-ab+b^2)(x+1)}{3x(a-b)} \right]$   
 206  $\frac{x^2+3x+2}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-1}$   $\left[ \frac{x^2+x+1}{x-2} \right]$  214  $\frac{5ax^2-ax}{a^2b^2(a-x)} \cdot \frac{(ab)^3}{1-25x^2}$   $\left[ -\frac{a^2b^3x}{(a-x)(1+5x)} \right]$

215  $\frac{b+5}{b^2+3b} \cdot \frac{b^2-10b+25}{b-1} \cdot \frac{b^2+2b-3}{b^2-25} \left[ \frac{b-5}{b} \right]$

216  $\frac{1}{a} \cdot \frac{a-1}{3+3a} \cdot \frac{a^2+2a^4+a^3}{a^2-1} \left[ \frac{a^2}{3} \right]$

217  $\frac{x^3-2xy}{xy^2-2xy+x} \cdot \frac{y^3-y^2}{3x^2-6y} \cdot \frac{3-3y}{2x^2y^2} \left[ \frac{1}{2x^2} \right]$

218  $\frac{x-3}{x-1} \cdot \frac{3x^2}{4x^2-12x} \cdot \frac{x^2-3x+2}{x-2} \left[ \frac{3}{4x} \right]$

219  $\frac{a^2-4a+3}{a-2} \cdot \frac{a^2-4a+4}{a^2-9} \cdot \frac{a+3}{a^2-1} \left[ \frac{a-2}{a+1} \right]$

220  $\frac{x^2y+12xy+35y}{y^2+8y+16} \cdot \frac{1}{y^2-4y} \cdot \frac{y^2-16}{x+5} \left[ \frac{x+7}{y+4} \right]$

221  $\frac{2a+6}{-a^2+2a+15} \cdot \frac{a^2-25}{2a^2+20a+50} \left[ \frac{-1}{a+5} \right]$

222  $\frac{x^3-x^2-x-2}{2x^2-4x} \cdot \frac{3x^3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+6x-7}{3x^2+21x} \left[ \frac{x}{2} \right]$

223 **ESEMPIO DIGITALE**  $\frac{8-12x+6x^2-x^3}{9x^2-6x+1} \cdot \frac{-3x}{4-x^2} \cdot \frac{3x^2+5x-2}{x^2-4x+4}$

224  $\frac{y^2-3y}{y^2-2y-8} \cdot \frac{y^2+4y+4}{3y} \cdot \frac{y^2-3y-4}{y^2-y-6} \left[ \frac{y+1}{3} \right]$

225  $\frac{5-5x}{2x^2-3x^2+2x-3} \cdot \frac{x^4-1}{6-4x} \cdot \frac{4x^2-12x+9}{x^2-2x+1} \left[ \frac{5(x+1)}{2} \right]$

226  $\frac{b^2-8}{9-b^2} \cdot \frac{2b^2+5b-3}{b^2+2b+4} \cdot \frac{b^2-6b+9}{2b-4} \left[ \frac{(2b-1)(3-b)}{2} \right]$

227  $\frac{x^4-16}{5x^4-25x^2+30x} \cdot \frac{15x^4-45x^2}{x^4+4x^2} \left[ 3(x+2) \right]$

228 **YOU & MATHS** Simplifying a product Which of the following is a simplification of the product  $\frac{2k}{k-3} \cdot \frac{k}{6}$ ?

- A  $\frac{2k^2}{k+3}$
- B  $\frac{k^2}{2(k-3)}$
- C  $\frac{k^2}{3(k-3)}$
- D  $\frac{12}{k-3}$

229 **CACCIA ALL'ERRORE**

a.  $\frac{5x^2-xy}{x^2} = 5-xy$

b.  $\frac{x^2+b^2}{x+b} = x+b$

c.  $\frac{a^n}{a^n} = a^n (n \in \mathbb{N})$

d.  $\frac{x+4y^2}{b^2} \cdot \frac{b}{4y^2} = \frac{x+1}{b}$

**Espressioni con addizioni e moltiplicazioni**

**CHECKER** Semplifica le seguenti espressioni.

230  $\frac{4x-4}{1+2x} \cdot \left(x - \frac{x-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{5x-x^2}{2-2x} - x\right) \cdot [-2x(1+x)]$

231  $\left(\frac{2}{a+b} - \frac{1}{b}\right) \cdot \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b}\right) \cdot \frac{3b^2}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{6}{a(b-a)}$

232  $\frac{16x^2-12x^2}{16x^4-9} \cdot \left(x - \frac{3}{4x}\right) \cdot \left(x + \frac{3}{4x}\right) \left[ \frac{4-3x}{4} \right]$

233  $\frac{(3-x)^2}{x^2-4} \cdot \left(2 - \frac{x}{x-3}\right) \cdot \left(2 + \frac{x}{x-3}\right) \left[ \frac{3(x-6)}{x+2} \right]$

234  $\left(1 - \frac{x}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right) \left[ \frac{-2x}{x^2-1} \right]$

235  $\frac{4a^2+4b^2}{a+b} \cdot \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{1}{a^2+b^2}\right) \left[ \frac{2(b-a)}{a^2} \right]$

236  $\left(\frac{2}{x} - 1\right) \cdot \left(\frac{2}{x} + 1\right) \cdot \frac{6x^2-9x^2}{4x^2-16} \left[ \frac{-3(2x-3)}{4} \right]$

237  $\left(\frac{1}{y} - 2\right) \cdot \frac{y^2+4y^3+4y^4}{1-4y^2} \left[ y(1+2y) \right]$

238  $\left(\frac{a-2}{a} + \frac{a}{a+1}\right) \cdot \frac{a^2+a}{4a^2-2a-4} \left[ \frac{1}{2} \right]$

239  $\left(\frac{3b}{2x+6b} + \frac{x}{6b}\right) \cdot \frac{2bx+6b^2}{x^3-27b^3} \left[ \frac{1}{3(x-3b)} \right]$

240  $\left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2+x-2}{2-4x} \cdot \frac{x^2}{x^2} \left[ \frac{x^2-4}{2x^2} \right]$

241  $\left(\frac{x}{by} - 1\right) \cdot \left(\frac{b^2+by}{x^2-b^2y^2}\right) \cdot \frac{1-y}{x+by} \left[ \frac{y^2+b}{y(x+by)} \right]$

242  $\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} + 1\right) \cdot \left(\frac{x^3}{x^2-1}\right) \cdot \frac{1+x^2}{x^2-1} \left[ \frac{2x-1}{x-1} \right]$

243  $\left(\frac{4x}{x+y} - 2\right) \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - 1 \left[ \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} \right]$

244  $\frac{(a+1)^2}{a^2-9} \cdot \left(\frac{6a+10}{a^2-1} + 1\right) + \frac{a^2-a-2}{a^2-4a+3} \left[ \frac{(a+1)(2a+1)}{(a-1)(a-3)} \right]$

245  $\left(\frac{11-x}{x+1} - 1\right) \cdot \left(2 + \frac{8}{x-5}\right) + \frac{4+4x^2}{x^2-1} \left[ \frac{8x}{x^2-1} \right]$

246  $\left(\frac{a^2b^2+4a^2b+2a-a^2b+a^2b}{b+1} + a^2b\right) \cdot \frac{4b^2-4}{16ab+16} \left[ \frac{a(ab+1)(b-1)}{2} \right]$

247  $\frac{b+1}{b-1} \cdot \left[\frac{ab^2+ab^3}{b^2-b^3} - \frac{(b+1)^2}{ab+a}\right] \left[ \frac{b+1}{b-1} \right]$

248  $\frac{1-25x^2}{60x+4} \cdot \left(\frac{1}{1-5x} + \frac{5x}{25x^2+10x+1}\right) \left[ \frac{1}{4(1+5x)} \right]$

249  $\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{b^4}{a^2-b^4} - \frac{a^2}{a^2+b^2}\right) \left[ \frac{-a^2}{a^2+b^2} \right]$

250 **ESEMPIO DIGITALE**  $\left(\frac{1}{y^2+y} - \frac{1}{y^2-y-2} - \frac{1}{y^2+2y+1}\right) \cdot \frac{y^2+2y^2+y}{2+y^2}$

251  $\frac{(3a-1-a+1)}{a} \cdot \frac{5a^2}{9a^2-1} \left[ \frac{5(a-1)}{3a-1} \right]$

252  $\frac{a^2-4}{ax+a-2x-2} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x+1}\right) \left[ \frac{(a+2)}{x(2x+1)} \right]$

253  $\left(\frac{x-3}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2-4}\right) \cdot \frac{x^2+7x+10}{4x^2-24} \left[ \frac{x+5}{4x(x-2)} \right]$

254  $\left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{3x}{x^3+2x^2-x-2} \left[ \frac{3(x^2+1)}{x(x+2)} \right]$

255  $\frac{x+4}{x-2} + \frac{1}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^3+2x^2-7x} \left[ \frac{x+3}{x(x-2)} \right]$

256  $\left(\frac{1}{x^2+xy} + \frac{2}{x-y} - \frac{1}{x^2-xy}\right) \cdot \frac{x^3-2x^2y+xy^2}{x^2+xy-y} \left[ \frac{2(x-y)}{x+y} \right]$

257  $\left(\frac{2a^2-12a+3}{a^2-7a+12} + \frac{2a}{a-4}\right) \cdot \frac{a^2-6a+9}{3a-6a^2} \left[ \frac{a-3}{a(a-4)} \right]$

258 Considera le frazioni algebriche  $\frac{a^2-4}{a^2+a-2}$  e  $\frac{a^2-a}{a-2}$ .

- a. Trova le C.E. e indica per quali valori di a si annullano.
- b. Determina il loro prodotto e i suoi zeri e, quando è possibile, calcola il prodotto per  $a = \frac{1}{2}, 2, 4$ .

**DIVISIONE** Teoria a pagina 337

**Monomi a numeratore e denominatore**

**ESEMPIO**

a.  $6x^3y : (3x^2y^4) = 2x^{3-2}y^{1-4} = \frac{2}{x^2y^3}$

C.E.:  $x \neq 0 \wedge y \neq 0$

b.  $\frac{2a}{5b} : \frac{7a^2}{25c^2} = \frac{2a}{5b} \cdot \frac{25c^2}{7a^2} = \frac{10c^2}{7ba}$

C.E.:  $b \neq 0 \wedge c \neq 0 \wedge a \neq 0$

*nel insieme delle frazioni algebriche la divisione fra monomi è sempre possibile*

*divisore ≠ 0*

*moltiplichiamo per il reciproco del divisore*

*C.E. delle frazioni iniziali*