6. Rappresentazione di leggi fisiche

La rappresentazione dei dati: le tabelle

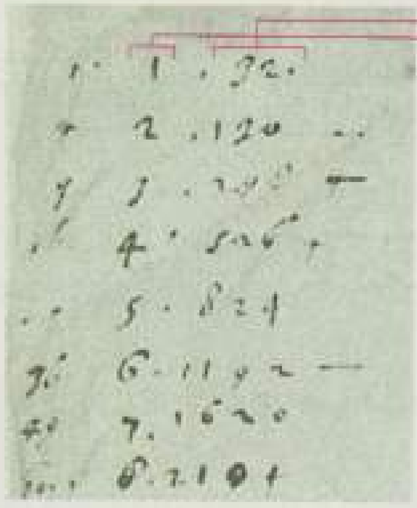
Nella maggior parte dei casi, in un esperimento si cercano delle relazioni tra due o più grandezze fisiche. È allora conveniente organizzare i dati in **tabelle**.
Se vengono misurate due grandezze x e y, tra le quali esiste, o si ipotizza che esista, una relazione, la tabella conterrà i valori di x accanto ai corrispondenti valori di y.

PLUS
Laboratorio *Rappresentazione grafica di dati con il foglio elettronico*

Supponiamo di misurare la massa e il volume di una serie di campioni diversi di un certo materiale. Queste misure possono essere raccolte in una tabella a due colonne come quella riportata a fianco.

Massa (kg)	Volume (dm^3)
$2{,}7 \pm 0{,}1$	$1{,}0 \pm 0{,}1$
$4{,}1 \pm 0{,}1$	$1{,}5 \pm 0{,}1$
$5{,}4 \pm 0{,}1$	$2{,}0 \pm 0{,}1$
$6{,}8 \pm 0{,}1$	$2{,}5 \pm 0{,}1$

Una delle prime tabelle della storia della fisica si trova in una nota manoscritta di Galileo e riporta i dati dei suoi esperimenti sul piano inclinato (fig. 10). La colonna centrale e quella a destra, riscritte nella tabella a fianco per chiarezza, contengono, rispettivamente i valori del tempo (misurati in battute di un brano musicale) e le distanze percorse da un corpo su un piano inclinato (espresse in punti, corrispondenti a 0,94 mm).



Tempo (battute)	Distanza (punti)
1	32
2	130
3	298
4	526
5	824
6	1192
7	1620
8	2104

figura 10
Rappresentazione dei dati di un esperimento di Galileo nel piano inclinato

La rappresentazione dei dati: i grafici

Le relazioni tra due grandezze possono essere rappresentate graficamente mediante i cosiddetti **diagrammi cartesiani**, ideati nel 1637 dal filosofo e matematico francese René Descartes (1596-1650, nome italianizzato in Cartesio).
In un problema fisico, sugli assi del diagramma cartesiano vengono riportate due grandezze, con le loro unità di misura.
Ad esempio, supponiamo di aver raccolto in una tabella le distanze percorse da un ciclista, assieme agli istanti di tempo corrispondenti ($t = 0$ è l'istante della partenza).
Rappresentiamo questi valori in un diagramma cartesiano (fig. 11), ponendo il tempo (come si fa di consueto) sull'asse delle ascisse e la distanza sull'asse delle ordinate. Poiché le distanze sono rilevate ogni quarto d'ora, fissiamo sull'asse delle ascisse un segmento unitario corrispondente a 15 minuti. Otteniamo in tutto 7 punti.

PLUS
Strumenti matematici
I diagrammi cartesiani

A
ATTENZIONE
I segmenti unitari sui due assi cartesiani possono avere lunghezza diversa.

Tempo (min)	Distanza (km)
0	0
15	4
30	13
45	15
60	22
75	25
90	36

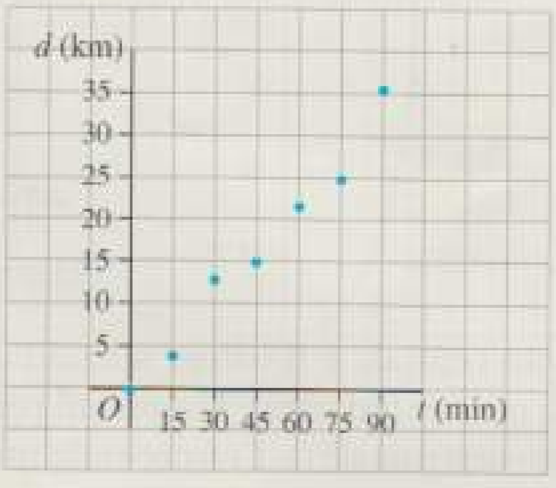


figura 11
Distanza percorsa da un ciclista in funzione del tempo

Rappresentazione grafica dei dati sperimentali

Quando in un esperimento si misurano due grandezze correlate, si rappresentano gra- camente i loro valori in un diagramma cartesiano. Poiché le misure sono accompagna da errori, dobbiamo riportare nel diagramma, oltre ai valori attendibili delle misu anche gli errori.

Supponiamo di aver misurato un volume, $V = (1{,}0 \pm 0{,}1)\ \mathrm{dm}^3$, e una massa corrispon- dente, $m = (2{,}8 \pm 0{,}4)$ kg, e di voler fornire tutte queste informazioni nel grafico. Poniamo il volume sull'asse delle ascisse e la massa sull'asse delle ordinate e fissiam i segmenti unitari: il *valore attendibile* della misura sarà rappresentato dal punto di coor- dinate (1,0 ; 2,8) mostrato in figura 12.

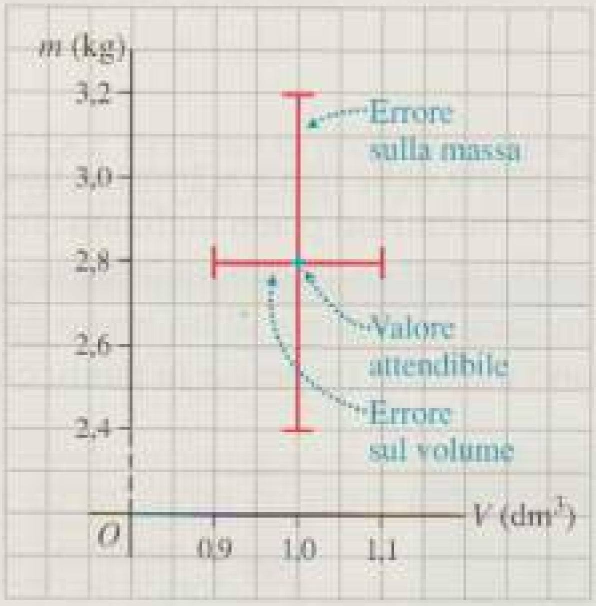
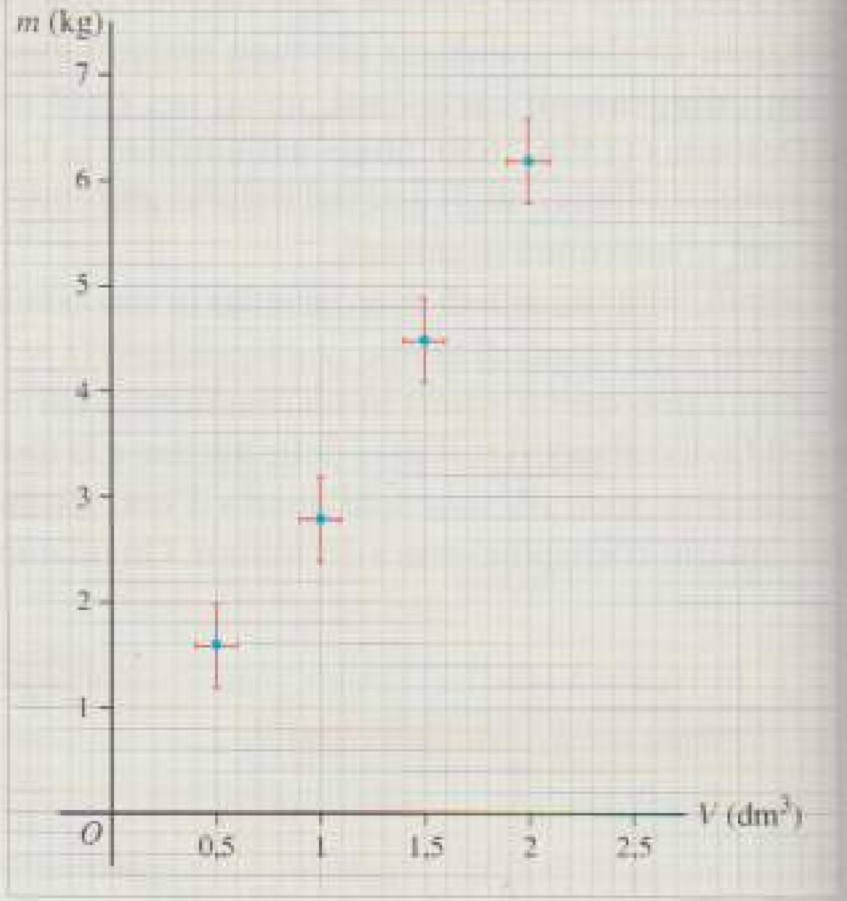


figura 12
Rappresentazione grafica di un dato sperimentale con i suoi errori

Disegniamo poi due segmenti perpendicolari passanti per il punto (1,0 ; 2,8): il segme orizzontale rappresenta l'*errore sul volume* e il segmento verticale rappresenta l'*erro sulla massa*.

Per ogni serie di dati sperimentali si rappresentano in un grafico il valore attendibi (punto centrale) e i relativi errori.
Consideriamo ad esempio la serie di misure di volume e massa riportata nella tabella costruiamo il grafico dei dati sperimentali (fig. 13).

Volume V (dm^3)	Massa m (kg)
0,5 ± 0,1	1,6 ± 0,4
1,0 ± 0,1	2,8 ± 0,4
1,5 ± 0,1	4,5 ± 0,4
2,0 ± 0,1	6,2 ± 0,4



PLUS
Approfondimento *La retta di regressione*

figura 13
Rappresentazione della serie di misure di massa e volume con i loro errori

Ogni punto centrale è il valore attendibile di una misura di volume (ascissa) e di u misura di massa (ordinata). I segmenti perpendicolari rappresentano l'errore sul volu (segmento orizzontale) e l'errore sulla massa (segmento verticale).

Strumenti matematici

Le funzioni

Ricorda

Quando tra due grandezze y e x esiste una relazione per cui *a ogni valore di x* può essere fatto corrispondere *un unico valore di y*, si dice che **y è funzione di y**.
La variabile x è detta **variabile indipendente**, mentre la variabile y è la **variabile dipendente**, perché dipende dal valore di x. Una volta assegnato un qualunque valore alla x, il valore della y è univocamente determinato e possiamo calcolarlo utilizzando la **formula matematica** che lega la x alla y.

Che cosa devi fare

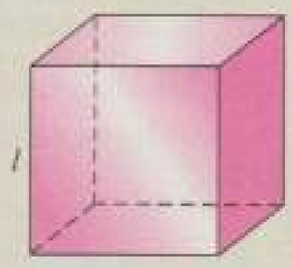
Data una funzione matematica, puoi compilare una **tabella** con i valori della variabile x accanto a quelli della variabile y, oppure rappresentare la funzione mediante una **curva** in un diagramma cartesiano, con la variabile indipendente x sull'asse delle ascisse e la variabile dipendente y sull'asse delle ordinate.
Per tracciare la curva, riporta sul diagramma un certo numero di punti corrispondenti a coppie di valori $(x\,;\,y)$ della funzione e poi unisci questi punti.

Prova tu

Data la lunghezza l dello spigolo di un cubo, il suo volume V è espresso dalla formula $V = l^3$. Poiché a ogni valore di l corrisponde un valore definito di V, allora *V è funzione di l*.

1. Scrivi la **formula matematica** che descrive V in funzione di l:

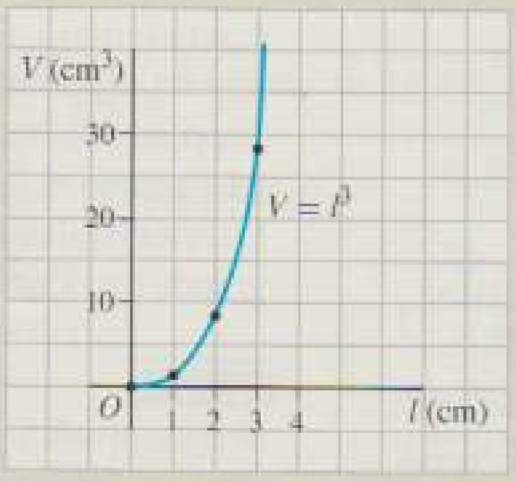
$$V = l^3$$



2. Compila una **tabella delle variabili**: assegna alcuni valori alla variabile indipendente (che in questo caso è l), ad esempio 0, 1, 2, 3 … (in cm), calcola i rispettivi valori della variabile dipendente (che in questo caso è V) e riporta i valori di l e di V in una tabella:

l (cm)	V (cm^3)
0	0
1	1
2	8
3	27

3. Riporta su un piano cartesiano i punti corrispondenti alle coppie di valori $(l\,;\,V)$ della tabella (attenzione: riporta l sull'asse orizzontale e V su quello verticale. Ottieni una *curva* che rappresenta il **grafico della funzione**:



7. Relazioni fra grandezze fisiche

La proporzionalità diretta

La relazione più semplice che può esistere tra due grandezze fisiche è la **relazione di proporzionalità diretta**:

Grandezze direttamente proporzionali
Due grandezze, l'una funzione dell'altra, sono direttamente proporzionali se *il loro rapporto è costante*.

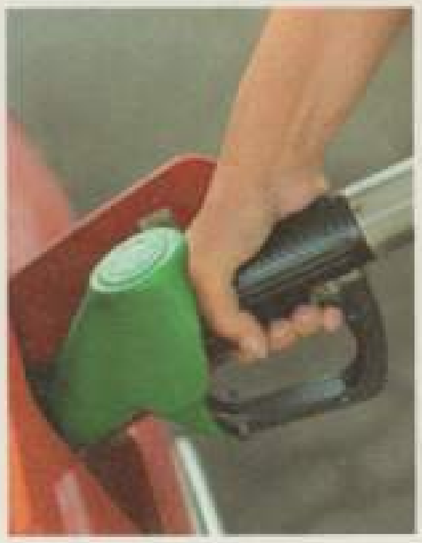
Indicando con x una delle grandezze (la variabile indipendente) e con y l'altra (la variabile dipendente), la relazione di proporzionalità diretta è:

Relazione di proporzionalità diretta

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{oppure} \quad y = kx \qquad k = \text{costante } (\textit{coefficiente di proporzionalità})$$

Osserviamo che:

- k è il valore della grandezza y che corrisponde al valore *unitario* della grandezza x; infatti per $x = 1$ si ottiene $y = k$;
- a valori doppi, tripli, quadrupli, ... di x corrispondono valori doppi, tripli, quadrupli, ..., di y.



↑ Il prezzo della benzina è direttamente proporzionale al suo volume.

Il grafico delle grandezze direttamente proporzionale è una **retta passante per l'origine degli assi**, più o meno inclinata a seconda del valore di k.

Supponiamo, ad esempio, di annotare su un taccuino i valori parziali della quantità di benzina (in realtà, del suo volume) e del prezzo corrispondente segnati da un erogatore. Avremo una tabella del tipo:

Volume (litri)	1,00	2,00	3,00	4,00
Prezzo (€)	1,70	3,40	5,10	6,80

Se dividiamo ogni valore del prezzo per il corrispondente valore del volume di benzina, notiamo che il rapporto è *costante*:

$$\frac{1{,}70\ €}{1{,}00\ \ell} = \frac{3{,}40\ €}{2{,}00\ \ell} = \frac{5{,}10\ €}{3{,}00\ \ell} = \frac{6{,}80\ €}{4{,}00\ \ell} = 1{,}70\ €/\ell$$

Questo rapporto è il prezzo unitario della benzina.
Rappresentiamo graficamente la relazione tra il prezzo della benzina, che indichiamo con y, e il volume della benzina, che indichiamo con x, utilizzando i dati della tabella.
La funzione matematica che esprime la relazione è:

$$y = 1{,}70x$$

ed è l'equazione di una retta. Un punto di questa retta è l'origine (0 ; 0). Un altro punto è, ad esempio, (2 ; 3,40). Unendo questi due punti possiamo disegnare la retta, riportata in azzurro nel grafico di figura 14.
Supponiamo ora che il prezzo unitario della benzina aumenti, diventando ad esempio € 2,10. In questo caso la relazione tra y e x è $y = 2{,}10\,x$. La retta risultante ha una *pendenza maggiore*, cioè forma un angolo più grande con l'asse delle ascisse, come si vede in figura 14.

figura 14
Grafico di una proporzionalità diretta
Rappresentazione grafica del prezzo della benzina in funzione del suo volume per due differenti prezzi unitari della benzina.

La dipendenza lineare

Consideriamo ora il caso in cui due grandezze sono legate da una **relazione lineare**:

Grandezze linearmente dipendenti

Due grandezze fisiche x e y sono linearmente dipendenti quando al cresce di una cresce anche l'altra, secondo una relazione del tipo:

$$y = kx + y_0$$

dove k è il *coefficiente lineare* della retta che rappresenta la relazione e y_0 è il *termine noto*, cioè il valore della grandezza y corrispondente a $x = 0$.

La rappresentazione grafica della dipendenza lineare è una **retta non passante per l'origine**, di *coefficiente angolare* k a termine noto y_0. Maggiore è il valore di k, tanto più ripida è la retta; il termine noto, inoltre, rappresenta l'ordinata all'origine, cioè il punto di intersezione della retta con l'asse y.

Supponiamo ad esempio, che una piscina, contenente 50 m^3 di acqua all'istante $t = 0$, venga riempita con una pompa che versa 10 m^3 di acqua all'ora. Riportiamo in una tabella il tempo t (in ore) e il corrispondente volume V (in m^3) dell'acqua presente nella piscina.

Tempo t (h)	0	1	2	3	4
Volume V (m^3)	50	60	70	80	90

La relazione tra V e t è del tipo:

$$V = kt + V_0$$

dove k è la velocità di pompaggio, uguale a 10 m^3/h, e $V_0 = 50$ m^3 è il volume di acqua al tempo $t = 0$. Nel caso specifico la relazione di dipendenza lineare è:

$$V = 10t + 50$$

e la sua rappresentazione grafica è riportata in figura 15.

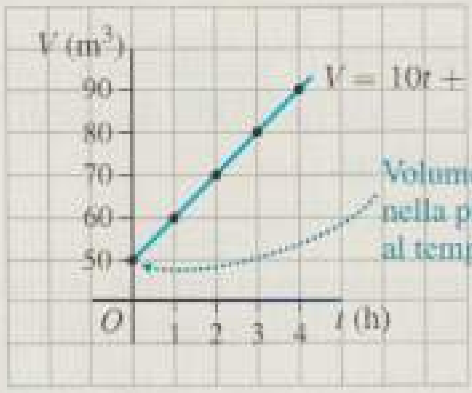


figura 15
Relazione lineare
Rappresentazione grafica del volume dell'acqua nella piscina in funzione del tempo trascorso.

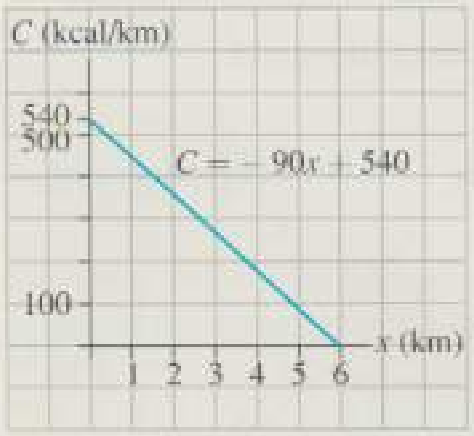
ESERCIZIO

7. Dopo aver consumato in pizzeria un pranzo equivalente a 540 kcal, corri fino a casa tua, "bruciando" 90 kcal/km. Esprimi la relazione tra il consumo di energia C e lo spazio percorso x e rappresentala in un grafico. Se casa tua dista 6 km dalla pizzeria, quanta energia hai consumato quando arrivi a casa?

Il consumo di energia C dipende linearmente dallo spazio percorso x; la relazione si può esprimere come:

$$C = 540 - 90x$$

Compiliamo una tabella e disegniamo il grafico della relazione, che è una retta con pendenza negativa:



Consumo di energia C (kcal/km)	540	450	360	270	180	90	0
Spazio percorso x (km)	0	1	2	3	4	5	6

Dalla tabella e dal grafico puoi osservare che per $x = 6$ km si ha $C = 0$, quindi quando arrivi a casa hai consumato tutta l'energia del pasto.

La proporzionalità inversa

Quando due grandezze sono tali che il loro prodotto rimane costante, si dice che tra le due grandezze c'è una **relazione di proporzionalità inversa**.

Grandezze inversamente proporzionali

Due grandezze, l'una funzione dell'altra, sono inversamente proporzionali se *il loro prodotto è costante*.

In termini matematici, se x e y sono inversamente proporzionali si ha:

Relazione di proporzionalità inversa

$xy = k$ oppure $y = \dfrac{k}{x}$ $\quad k$ = costante (*coefficiente di proporzionalità inversa*)

Se x viene *moltiplicata* per un certo fattore, y risulta *divisa* per lo stesso fattore: ad esempio, se x triplica, y diventa un terzo.

Consideriamo, ad esempio, un rettangolo di area A e supponiamo di variare la lunghezza x di uno dei suoi lati, mantenendo costante l'area. Che cosa succederà all'altro lato? Se x aumenta, affinché l'area rimanga la stessa, dovrà diminuire la lunghezza y dell'altro lato (ricorda che l'area è il prodotto di x per y). Invece, se x diminuisce, y dovrà aumentare (fig. 16).

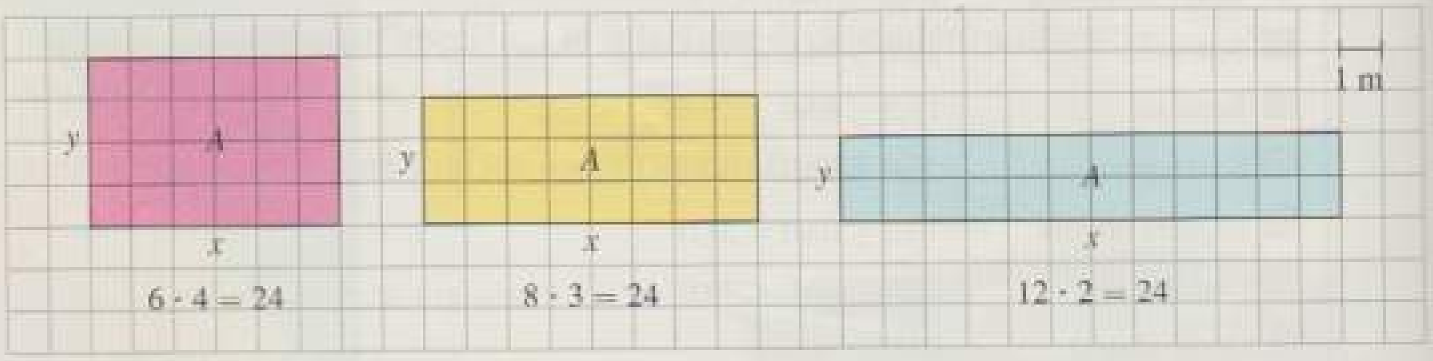


figura 16
Rettangoli di area uguale
L'area A dei tre rettangoli è uguale: all'aumentare della base x, diminuisce l'altezza y.

Costruiamo una tabella con i valori di x e y. L'area del rettangolo è, ad esempio, $A = 24\ m^2$, e le lunghezze iniziali dei lati sono $x = 6$ m e $y = 4$ m. Se x passa da 6 m a 8 m, y dovrà passare da 4 m a 3 m, in modo che il loro prodotto, che è l'area del rettangolo, rimanga costante. Nota che, se x raddoppia, y si dimezza; se x triplica, y diventa un terzo, e così via.

x (m)	y (m)	$A = xy$ (m^2)
6	4	24
8	3	24
12	2	24
24	1	24

Il grafico delle grandezze inversamente proporzionali è un ramo di **iperbole** avente gli assi cartesiani come asintoti. Ad esempio, la relazione tra i lati x e y del rettangolo è rappresentata dal ramo di iperbole mostrato in figura 17.

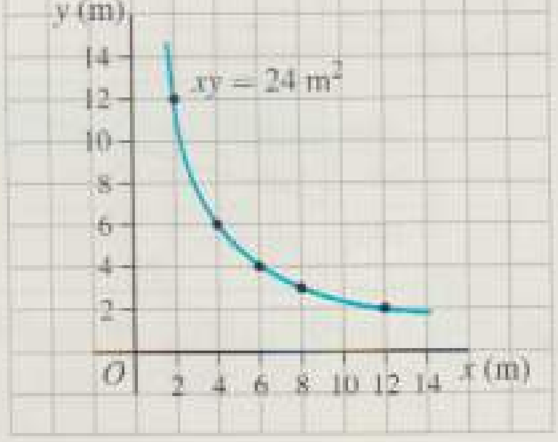


figura 17
Grafico di una proporzionalità inversa
Rappresentazione grafica della relazione di proporzionalità inversa fra i lati di un rettangolo di area $A = 24\ m^2$.

19. Misura di un quadro

Antonella misura uno dei lati di un quadro rettangolare con un righello, ottenendo $a = (18{,}1 \pm 0{,}1)$ cm, e l'altro lato con un metro a nastro, ottenendo $b = (35{,}5 \pm 0{,}5)$ cm.

a) Scrivi correttamente la misura del perimetro p del quadro.

b) Scrivi correttamente la misura dell'area A del quadro.

[*a*) $p = (107 \pm 1)$ cm; *b*) $(6{,}4 \pm 0{,}1)\ \text{dm}^2$]

20. Volume di una scatola

Le dimensioni di una scatola sono $a = (35{,}4 \pm 0{,}2)$ cm, $b = (15{,}4 \pm 0{,}2)$ cm e $c = (22{,}4 \pm 0{,}2)$ cm.

a) Qual è la misura del volume della scatola?

b) Quali sono l'errore relativo e l'errore percentuale su questa misura?

c) Qual è l'errore assoluto?

[*a*) $V = (12{,}2 \pm 0{,}3)\ \text{dm}^3$;
b) $e_V = 2{,}76\%$;
c) $e_V = 0{,}3\ \text{dm}^3$]

21. Densità

Il volume di un oggetto è $V = (845 \pm 5)\ \text{cm}^3$ e la sua massa è $m = (923 \pm 1)$ g. Qual è la densità dell'oggetto?

[$d = (1{,}092 \pm 0{,}008)\ \text{g/cm}^3$]

22. Volume di un recipiente

Un recipiente cilindrico ha raggio di base $r = (3{,}8 \pm 0{,}1)$ cm e altezza $h = (18{,}5 \pm 0{,}5)$ cm. Qual è il volume V del recipiente?

[$V = (8{,}4 \pm 0{,}7) \cdot 10^2\ \text{cm}^3$]

23. Volume di un bicchiere

Con una rotella metrica sensibile al millimetro si misurano la circonferenza e l'altezza di un bicchiere cilindrico, ottenendo rispettivamente 14.2 cm e 21,1 cm.
Calcola il volume del bicchiere ed esprimi correttamente il risultato.

[$(0{,}35 \pm 0{,}06)\ \text{dm}^3$]

24. Pallina da ping-pong

La pallina da ping pong regolamentare, di celluloide, deve essere sferica con un diametro di $(40{,}0 \pm 0{,}1)$ mm e deve avere una massa di $(2{,}7 \pm 0{,}1)$g.
Quale deve essere la densità del celluloide per poter essere adoperato nella costruzione di palline da ping pong?

[$(0{,}080 \pm 0{,}004)\ \text{g/cm}^3$]

Rappresentazione di leggi fisiche

25.

In tabella sono indicati il raggio (in cm) e il volume (in cm^3) di una sfera. Completa la tabella.

r (cm)	1,5	1,8	2,1	2,3	2,6	2,7
$V\ (\text{cm}^3)$	14	24	......	51	74	......

26. Precipitazioni medie annuali

I valori delle precipitazioni medie annuali in una località sono raccolti nella seguente tabella. Riporta in un diagramma cartesiano questi dati.

Anno	Precipitazioni (mm)
2007	114
2008	57
2009	88
2010	105
2011	80
2012	76

27. Temperature dell'aria

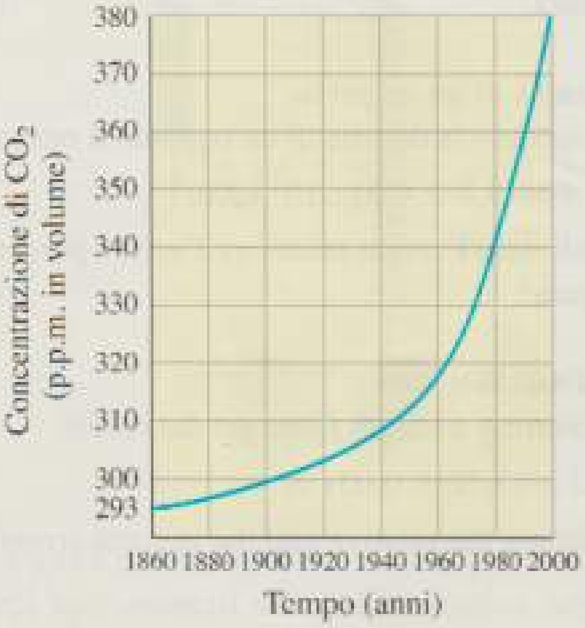
Le temperature dell'aria registrate nel centro di Torino il 13 novembre 2013 a intervalli di tre ore, dalle 0 alle 24, sono riportate nella seguente tabella:

t (h)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
T (°C)	9,8	10,2	9,0	11,5	13,0	13,2	10,0	9,0	7,8

Costruisci un diagramma cartesiano delle temperature.

28. Concentrazione atmosferica di CO_2

Nel grafico che segue sono mostrate le previsioni di un modello elaborato nel 1970 per l'andamento nel tempo della concentrazione atmosferica di CO_2, espressa in parti per milione (p.p.m., dove 1 p.p.m. corrisponde alla concentrazione di 1 cm^3 di CO_2 in 1 m^3 di aria).



I dati effettivi degli ultimi decenni sono raccolti nella tabella seguente. Riporta questi valori nel grafico e confrontali con le previsioni.

Anno	Concentrazione (p.p.m.)
1980	338
1990	353
2000	369

Rappresentazione grafica di dati sperimentali

29. Mangiatori di hamburger

La seguente tabella riporta il tempo impiegato da un mangiatore di hamburger in cerca di record a mangiare fino a 10 hamburger. L'errore assoluto su ogni misura di tempo è di mezzo minuto. Rappresenta graficamente la relazione tra gli hamburger mangiati e il tempo, riportando anche gli errori.

Numeri di hamburger	Tempo (minuti)
1	1,5
2	2,5
3	3,5
4	5
5	6,5
6	8
7	11
8	13,5
9	15,5
10	18

30. Acqua per la pasta

La seguente tabella riporta la temperatura di una pentola piena di acqua in funzione del tempo di riscaldamento. L'errore assoluto su ogni misura di tempo è 0,1 s, mentre quello sulle misure di temperatura è di 1 °C.
Rappresenta graficamente la relazione fra tempo e temperatura, riportando anche gli errori.

Tempo (s)	Temperatura (°C)
1,5	15
5,6	18
7,8	20
9,2	23
12,5	25
15,8	28
18,7	31
22	34

31. Pallina in caduta

La seguente tabella riporta il tempo impiegato da una pallina a cadere dal pavimento del balcone di ciascuno dei 10 piani di una casa sulla strada sottostante. Assumi che la caduta sia avvenuta verticalmente, che ogni piano abbia un'altezza di 3,0 m, con un errore di 1 dm, e che l'errore assoluto su ogni misura di tempo sia 0,1 s.
Rappresenta graficamente la relazione fra tempo e altezza, riportando anche gli errori.

Piano	Tempo (s)
1	1,5
2	2,5
3	3,5
4	5
5	6,5
6	8
7	11
8	13,5
9	15,5
10	18

Relazioni fra grandezze fisiche

32. Quante gocce?

Si sa che 10 gocce di un medicinale contengono 2 mg del principio attivo. Quante gocce del medicinale bisogna prendere per assumere 3 mg del principio attivo? [15 gocce]

33. Voto di maturità

Mario ha conseguito la maturità nel 1997 con il punteggio di 54/60. Laura si è diplomata alla stessa scuola nel 2010 con il punteggio di 88/100. Chi ha avuto il punteggio migliore? [Mario]

34. Modellino in scala

Un modellino di vagone ferroviario in scala 1 : 87 è lungo 30 cm. Qual è la lunghezza reale del vagone? [26 m]

35. Carta geografica

Se la scala di una carta geografica è 1 : 3 500 000, qual è la lunghezza sulla cartina corrispondente a una distanza reale di 120 km? [3,4 cm]

36. PROBLEMA SVOLTO

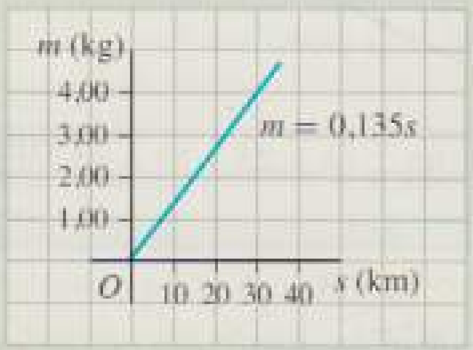
Un'automobile emette 135 grammi di CO_2 (biossido di carbonio) al kilometro. Scrivi la relazione tra la massa della CO_2 prodotta e la distanza percorsa. Rappresenta graficamente questa relazione.

SOLUZIONE

Se la distanza percorsa dall'auto è s e la massa della CO_2 prodotta è m, la relazione tra m ed s è:

$$m = 0{,}135\, s$$

dove m è espressa in kg ed s in km.
La costante di proporzionalità è 0,135 kg/km.
La relazione tra m ed s è rappresentata dalla retta in figura.



37. Rappresenta in un diagramma cartesiano la relazione tra il perimetro e il lato di un triangolo equilatero. Che tipo di relazione è?

38. Rappresenta in un diagramma cartesiano la funzione $y = -x + 2$. Che tipo di relazione è?

39. Rappresenta graficamente la relazione $xy = 2$, dopo aver raccolto in una tabella alcune coppie di valori.

40. Rappresenta graficamente la funzione $y = \frac{4}{x}$, dopo aver raccolto in una tabella alcune coppie di valori.

41. Considera la funzione $y = 3x^2$. Compila una tabella con alcuni valori di questa funzione e disegna il suo diagramma cartesiano.

42. Un bicchiere cilindrico graduato ha un'area di base di 20 cm^2. Scrivi la relazione tra il volume V e l'altezza h del livello di un liquido contenuto nel bicchiere e rappresenta graficamente questa relazione.
[$V = 20\,h$ (volume in cm^3)]

43. PROBLEMA SVOLTO

Un gestore telefonico offre la seguente tariffa per le telefonate da cellulare: scatto alla risposta: € 0,15; costo per minuto: € 0,10.
Scrivi la relazione tra il costo di una telefonata e la sua durata e rappresentala graficamente.

SOLUZIONE

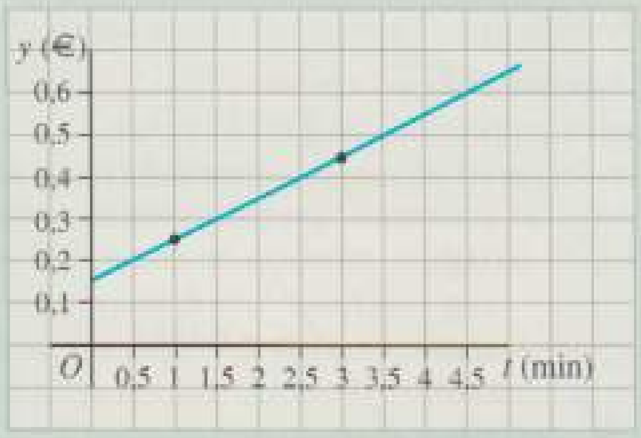
Indica con y il costo in euro della telefonata e con t la sua durata in minuti. La relazione cercata è:

$$y = 0{,}10t + 0{,}15$$

È una relazione lineare ed è rappresentata in un diagramma cartesiano da una retta. Per tracciare il grafico della retta, determina due suoi punti assegnando due valori qualsiasi alla variabile t, ad esempio $t = 1$ e $t = 3$, e calcolando i corrispondenti valori della y:

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad y = 0{,}25$$
$$t = 3 \quad \rightarrow \quad y = 0{,}45$$

I due punti della retta sono quindi: (1 ; 0,25) e (3 ; 0,45).
Congiungi questi due punti per ottenere la retta che rappresenta la relazione costo-durata.



44. Pieno di benzina

Alessandro ha ancora nel serbatoio della sua moto 1 litro di benzina, ma vuole riempire il serbatoio la cui capacità è 5 litri. Dall'erogatore fuoriesce un litro di benzina ogni 5 secondi. Scrivi la relazione fra i litri nel serbatoio della moto e i secondi impiegati a riempirlo e rappresentala graficamente.
Quanto tempo impiega Alessandro a fare il pieno? [20 s]

45. In tabella sono riportati alcuni valori di due grandezze inversamente proporzionali.

a) Completa la tabella inserendo i valori numerici mancanti.
b) Scrivi la relazione tra x e y.
c) Rappresenta in un diagramma cartesiano la funzione che esprime la relazione tra le grandezze.

x	y
0,8	6,0
1,2	4,0
......	3,0
2,0	......

46. PROBLEMA SVOLTO

Un triangolo isoscele ha un'area $A = 50$ cm^2. Supponi che la sua base x e la sua altezza y vengano fatte variare in modo che l'area rimanga costante.
***a*) Qual è la relazione che lega x e y?**
***b*) Qual è la sua rappresentazione grafica?**

SOLUZIONE

a) Scrivi la relazione tra x e y (dove x e y sono espressi in cm).

$$\frac{1}{2}xy = 50 \qquad \text{cioè} \qquad xy = 100$$

b) Determina alcune coppie di valori, assegnando a x valori a scelta e calcolando i corrispondenti valori di y:

x (cm)	2	5	10	20	50
y (cm)	50	20	10	5	2

Riportando su un diagramma i punti corrispondenti, puoi disegnare l'iperbole che rappresenta la relazione $xy = 100$.

47. Comprimere un gas

Per comprimere un gas, fino a ridurlo a metà volume, dobbiamo raddoppiare la pressione. Pressione e volume sono infatti grandezze inversamente proporzionali.
Indica con x il volume espresso in dm^3 e con y la pressione espressa in Pa (pascal). Determina alcune coppie di valori assegnando a x valori a scelta e calcolando i corrispondenti valori di y. Rappresenta su un diagramma cartesiano la relazione fra le due grandezze.

48. La grandezza y è direttamente proporzionale al quadrato della grandezza x. In tabella sono riportati alcuni valori delle due grandezze.

a) Completa la tabella inserendo i valori numerici mancanti.
b) Scrivi la relazione che lega x e y.
c) Rappresenta graficamente la relazione.

x	y
0,50	0,5
1,0	2,0
2,0	......
......	32,0

Risolvi i PROBLEMI DI RIEPILOGO

49. La tabella di Galileo

Riscrivi la tabella, che riporta i dati degli esperimenti di Galileo sul piano inclinato già citata nella [...], ponendo nella prima colonna i tempi al quadrato. Osservi qualche regolarità?

Tempo (battute)	Distanza (punti)
1	32
2	130
3	298
4	526
5	824
6	1192
7	1620
8	2104

50. Accordo teoria-esperimento

In riferimento al problema svolto 8, la predizione teorica per il momento magnetico anomalo dell'elettrone a_{el} è:

$$a_{el} = 0{,}001159652176 \pm 0{,}000000000009$$

C'è accordo tra la teoria e l'esperimento?

51. Spessore di un anello

Il diametro esterno e interno di un anello misurano rispettivamente $(1{,}95 \pm 0{,}05)$ cm e $(1{,}80 \pm 0{,}05)$ cm. Calcola lo spessore s dell'anello. Qual è l'errore percentuale?

[$s = (0{,}2 \pm 0{,}1)$ cm; $\varepsilon_s = 50\%$]

52. IN ENGLISH

The table shows the daily rainfall in Chicago during the first week of March 2010.

What is the daily average precipitation during that week? [0,3 cm]

Day	Precipitation (cm)
Monday	0
Tuesday	1,2
Wednesday	0,4
Thursday	0
Friday	0
Saturday	0
Sunday	0,3

53. Esperimento sul moto

In un esperimento sul moto, vengono misurati gli intervalli di tempo t che un corpo impiega a percorrere una certa distanza. I valori di t sono:

25,1 s	24,3 s	24,5 s	25,9 s	24,4 s	24,9 s

Scrivi il risultato della misura e determina l'errore percentuale.

[$t = (24{,}9 \pm 0{,}8)$ s; $\varepsilon_t = 3\%$]

54. IN ENGLISH

Measuring several times the thickness of an aluminium foil you obtain the following values:

0,013 mm	0,015 mm	0,014 mm
0,015 mm	0,016 mm	0,016 mm

a) Compute the mean value of these data.

b) Write the result of the measurement and the percent of error, considering that the absolute error in the length of the thickness is 0,001 mm.

[*a*) 0,015 mm; *b*) $(0{,}015 \pm 0{,}002)$ mm; 13%]

55. Accordo tra esperimenti

Due gruppi sperimentali misurano la massa m di 1 dm^3 di aria, ottenendo i seguenti valori:

gruppo 1:	1,20 g	1,19 g	1,20 g	1,12 g
gruppo 2:	1,22 g	1,30 g	1,27 g	1,28 g

Quali sono i risultati delle due serie di misure? Questi risultati sono in accordo tra loro?

[gruppo 1: $m = (1{,}18 \pm 0{,}04)$ g; gruppo 2: $m = (1{,}27 \pm 0{,}04)$ g; non sono in accordo]

56. Volume e densità di un cioccolatino

Carlo e Federico misurano le dimensioni di un cioccolatino, ottenendo i seguenti valori per i tre spigoli a, b e c: $a = (2{,}8 \pm 0{,}1)$ cm, $b = (2{,}2 \pm 0{,}1)$ cm, $c = (0{,}9 \pm 0{,}1)$ cm. Poi misurano la massa m del cioccolatino, che esprimono come $m = (10 \pm 1)$ g. Quanto valgono il volume V e la densità d del cioccolatino?

[$V = (6 \pm 1)\ cm^3$, $d = (1{,}7 \pm 0{,}4)\ g/cm^3$]

57. Spesa per computer e hardware

L'andamento della spesa italiana per computer e hardware negli anni dal 2005 al 2009 è riassunto nella seguente tabella. Costruisci un diagramma cartesiano con questi valori e calcola le variazioni percentuali anno per anno.

Anno	Spesa (M€)
2005	7198
2006	7353
2007	7510
2008	7635
2009	7249

[variazioni: 2005-2006, 2,2%; 2006-2007, 2,1%; 2007-2008, 1,7%; 2008-2009, −5,1%]

58. Tariffe telefoniche

Un gestore di telefonia propone le seguenti tariffe:

Tariffa 1: scatto alla risposta: 0 €
costo per minuto: 0,10 €

Tariffa 2: scatto alla risposta: 0,06 €
costo per minuto: 0,08 €

a) Scrivi le relazioni costo-durata delle telefonate per le due proposte di tariffe e rappresentale graficamente.

b) Dopo quanti minuti di chiamata la tariffa 2 diventa più conveniente della tariffa 1?

[*a*) y costo delle telefonate in euro e t durata in minuti: tariffa 1, $y = 0{,}10t$; tariffa 2: $y = 0{,}08t + 0{,}06$; *b*) dopo 3 minuti]