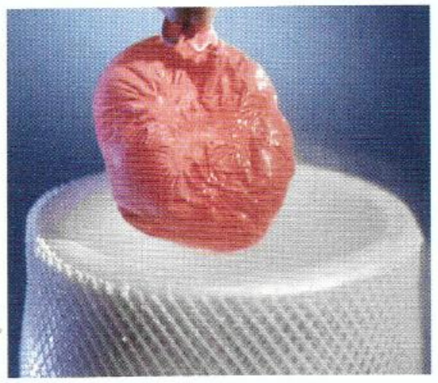


▲ *La prima legge di Gay-Lussac stabilisce che il volume di un gas a pressione costante è proporzionale alla sua temperatura in kelvin. Ad esempio, questo palloncino è completamente gonfio a temperatura ambiente (293 K) e a pressione atmosferica, ma se lo raffreddiamo con vapori di azoto liquido (77 K), il volume dell'aria contenuta nel palloncino diminuisce marcatamente, causandone lo sgonfiamento.*

Consideriamo la situazione in cui un subacqueo, che sta nuotando in acqua poco profonda, espirando emetta una piccola bolla d'aria dalla bocca. Quando la bolla raggiunge la superficie dell'acqua il suo diametro è maggiore, minore o uguale a quella iniziale? Possiamo osservare che, per la legge di Stevino, man mano che la bolla sale la pressione dell'acqua circostante diminuisce e quindi il diametro della bolla aumenta.
Possiamo però rispondere alla domanda anche utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali. Supponendo che la temperatura dell'acqua rimanga costante e che non siano aggiunte o tolte molecole di gas dalla bolla, allora il volume della bolla varia secondo la relazione:

$$V = \frac{NkT}{p} = \frac{\text{costante}}{p}$$

Questa è di nuovo l'espressione di una isoterma nella quale, effettivamente, il volume aumenta al diminuire della pressione.

Un altro aspetto del comportamento dei gas ideali fu scoperto dallo scienziato francese Jacques Charles (1746-1823) e studiato in seguito con maggiore dettaglio dal collega francese Joseph Gay-Lussac (1778-1850). Il risultato dei loro studi, noto oggi come **prima legge di Gay-Lussac**, fu che il rapporto tra il volume di un gas e la sua temperatura rimane costante, fintanto che la pressione e il numero di molecole del gas rimangono costanti, cioè:

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \qquad \text{numero di molecole } N \text{ costante, pressione } p \text{ costante}$$

online
Laboratorio
La dilatazione termica di un gas: la prima legge di Gay-Lussac
MySocialBook

Come la legge di Boyle, anche questo risultato discende immediatamente dall'equazione di stato dei gas ideali. Infatti, se dall'espressione $pV = NkT$ ricaviamo il rapporto V/T, otteniamo:

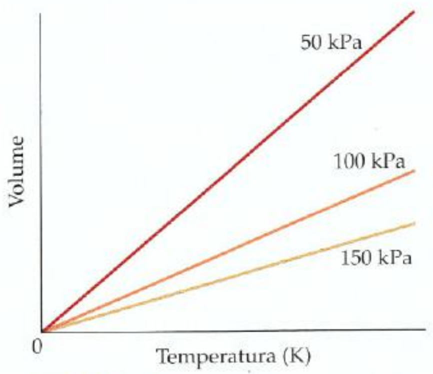
$$\frac{V}{T} = \frac{Nk}{p}$$

Se N e p sono costanti, allora lo è anche il rapporto V/T.
La prima legge di Gay-Lussac può essere riscritta come una relazione lineare tra il volume e la temperatura:

Prima legge di Gay-Lussac
$V = \text{costante} \cdot T$ (pressione p costante)

$V = V_0(1+\alpha T)$ $(273{,}15)^{-1}$ = coeff °C

dove la costante è Nk/p.



▲ **FIGURA 7 Volume in funzione della temperatura in un gas ideale a pressione costante**
In questo grafico la temperatura è in kelvin, quindi $T = 0$ corrisponde allo zero assoluto; a questa temperatura il volume tende al suo più basso valore possibile, lo zero.

Nella figura 7, che riporta il volume V in funzione della temperatura, possiamo osservare che il volume di un gas ideale tende a zero man mano che la temperatura si avvicina allo zero assoluto.

Supponiamo ora che venga tenuto costante il volume del gas. Dall'equazione di stato dei gas ideali si ottiene:

$$\frac{p}{T} = \frac{Nk}{V}$$

Se, come stiamo ipotizzando, N e V sono costanti, lo è anche il rapporto p/T e si ricava così la **seconda legge di Gay-Lussac**:

Seconda legge di Gay-Lussac
$p = \text{costante} \cdot T$ (volume V costante)

$P = p_0(1+\alpha T)$

dove la costante è ora Nk/V.

4. La teoria cinetica dei gas

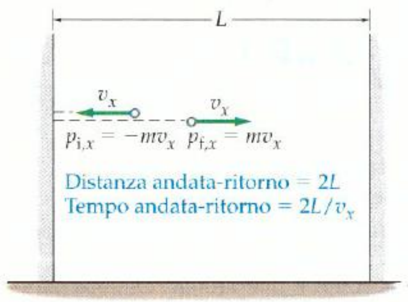
Utilizzando un manometro e un termometro possiamo facilmente misurare la pressione e la temperatura di un gas. Queste sono grandezze *macroscopiche* che si riferiscono al gas nel suo insieme. Non è altrettanto facile misurare grandezze *microscopiche*, come la posizione o la velocità di una singola molecola. Esiste tuttavia un collegamento fra ciò che avviene a livello microscopico e ciò che osserviamo a livello macroscopico; questo collegamento è descritto dalla **teoria cinetica dei gas**.
Nella teoria cinetica immaginiamo un gas come un insieme di molecole che si muovono all'interno di un contenitore di volume V.
In particolare facciamo le seguenti ipotesi:

- il contenitore contiene un numero N molto elevato di molecole identiche e ogni molecola ha una massa m e si comporta come un punto materiale. In altre parole, il volume di ogni singola molecola è trascurabile rispetto al volume del contenitore e la dimensione delle molecole è trascurabile rispetto alla distanza fra esse;
- le molecole si muovono all'interno del contenitore in modo casuale e obbediscono in ogni istante alle leggi del moto di Newton;
- le molecole si urtano fra loro o contro le pareti del contenitore e tali urti sono perfettamente elastici. All'infuori di queste collisioni, le molecole non interagiscono;
- l'effetto della forza di gravità sulle molecole è trascurabile.

Con queste semplici condizioni, possiamo mettere in relazione la pressione di un gas e il comportamento delle sue singole molecole.

L'origine della pressione

La pressione esercitata da un gas è dovuta alle collisioni tra le molecole del gas e le pareti del contenitore. Ogni collisione provoca una variazione della quantità di moto di una data molecola, esattamente come avviene quando una palla lanciata contro un muro rimbalza. Il rapporto fra la variazione totale della quantità di moto delle molecole in un dato tempo e il tempo in cui tale variazione è avvenuta, non è altro che la forza che la parete deve esercitare sul gas per mantenerlo all'interno del contenitore.
Il rapporto tra il valore medio di questa forza nel tempo e la superficie della parete, è la pressione del gas.



▲ **FIGURA 8 Forza esercitata da una molecola su una parete del contenitore**
Una molecola rimbalza su una parete del contenitore, variando la sua quantità di moto da $-mv_x$ a $+mv_x$; la variazione della quantità di moto è $2mv_x$. Poiché il viaggio di andata e ritorno della molecola viene compiuto in un tempo $\Delta t = 2L/v_x$, la forza media esercitata sulla molecola dalla parete è $F = \Delta p_x/\Delta t = 2mv_x/(2L/v_x) = mv_x^2/L$.

Per chiarire meglio questo punto, immaginiamo un contenitore a forma di cubo di lato L, il cui volume è $V = L^3$.
Consideriamo inoltre una molecola che si sta muovendo nella direzione negativa dell'asse x verso una parete, come è mostrato nella figura 8. Se la sua velocità scalare è v_x, la sua quantità di moto iniziale è $p_{i,x} = -mv_x$ (il vettore ha solo la componente x diversa da zero).
Dopo aver urtato elasticamente la parete, la molecola si muove nella direzione positiva dell'asse x con la stessa velocità (essendo l'urto perfettamente elastico), quindi la sua quantità di moto finale è $p_{f,x} = +mv_x$.
Di conseguenza, la variazione della quantità di moto della molecola è:

$$\Delta p_x = p_{f,x} - p_{i,x} = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$

La parete esercita sulla molecola una forza che è responsabile della variazione della sua quantità di moto.
Dopo l'urto, la molecola viaggia verso la parete opposta del contenitore e di nuovo, dopo un altro urto, torna verso la prima parete. Il tempo necessario per questo viaggio di andata e ritorno, di lunghezza $2L$, è:

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x}$$

Perciò, per la seconda legge di Newton, la forza media esercitata dalla parete sulla molecola è:

$$F = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2L/v_x} = \frac{mv_x^2}{L}$$

La pressione media esercitata da questa parete è semplicemente il rapporto tra la forza e la superficie della parete, che è uguale a $A = L^2$, e quindi:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{(mv_x^2/L)}{L^2} = \frac{mv_x^2}{L^3} = \frac{mv_x^2}{V}$$

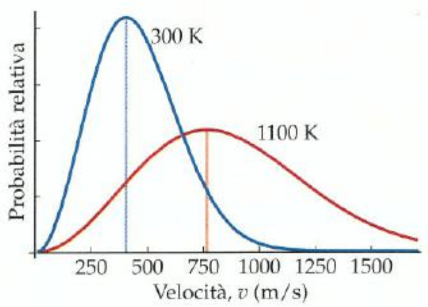
Per ricavare la pressione media esercitata dalla parete abbiamo supposto che la molecola si muovesse in direzione x, per semplificare i calcoli. Se la molecola si muove in una direzione inclinata rispetto all'asse x, il ragionamento fatto vale solo per la componente x del moto; le conclusioni finali, tuttavia, sono le stesse.

Distribuzione delle velocità delle molecole

Nel ricavare la relazione $p = mv_x^2/V$, abbiamo considerato una singola molecola con una particolare velocità; le altre molecole, naturalmente, avranno velocità diverse. Inoltre, la velocità di ogni molecola varia nel tempo in seguito agli urti con le altre particelle del gas. Ciò che rimane costante, tuttavia, è la **distribuzione delle velocità** delle molecole.

Quanto abbiamo appena affermato è mostrato nella figura 9, in cui è illustrato il risultato ottenuto dal fisico scozzese James Clerk Maxwell (1831-1879).

Il grafico mostra la probabilità che una molecola di ossigeno (O_2) abbia una determinata velocità. Ad esempio, sulla curva relativa alla temperatura di 300 K, la velocità più probabile è circa 390 m/s. Quando la temperatura viene aumentata a 1100 K, la velocità più probabile cresce approssimativamente a 750 m/s. Sono presenti anche altre velocità diverse, da zero a valori molto grandi, ma hanno probabilità decisamente inferiori.



▲ **FIGURA 9 Distribuzione delle velocità di Maxwell**
La distribuzione di Maxwell delle velocità molecolari dell'O_2 alle temperature $T = 300$ K e $T = 1100$ K. Osserva che la velocità più probabile aumenta all'aumentare della temperatura.

È quindi opportuno sostituire, nella relazione $p = mv_x^2/V$, al termine v_x^2 la media di v_x^2 calcolata su tutte le molecole del gas. Indicando tale valore medio come $(v_x^2)_m$, possiamo scrivere la pressione media nella seguente forma:

$$p = \frac{m(v_x^2)_m}{V}$$

Poiché tutte le N molecole del gas seguono la stessa distribuzione, la pressione esercitata dal gas nel suo insieme è N volte questo risultato, quindi:

$$p = N\frac{m(v_x^2)_m}{V} = \left(\frac{N}{V}\right)m(v_x^2)_m$$

Naturalmente la direzione x non è particolare; la relazione precedente vale anche per le molecole che si muovono nelle direzioni y e z, sostituendo $(v_y^2)_m$ e $(v_z^2)_m$ al posto di $(v_x^2)_m$. Possiamo allora esprimere la pressione del gas in funzione della velocità totale delle molecole piuttosto che in funzione delle singole componenti.

Se v_x, v_y e v_z sono le componenti della velocità di una molecola, il quadrato della sua velocità è:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

e quindi la media di v^2 è:

$$(v^2)_m = (v_x^2)_m + (v_y^2)_m + (v_z^2)_m$$

Poiché le direzioni x, y e z sono equivalenti, abbiamo:

$$(v_x^2)_m = (v_y^2)_m = (v_z^2)_m$$

e quindi la media del quadrato della velocità totale è:

$$(v^2)_m = (v_x^2)_m + (v_y^2)_m + (v_z^2)_m = 3(v_x^2)_m$$

oppure, in modo equivalente:

$$(v_x^2)_m = \frac{1}{3}(v^2)_m$$

Sostituendo questo risultato nell'equazione per p otteniamo:

$$p = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right)m(v^2)_m$$

L'ultima parte di questa espressione, $m(v^2)_m$, è il doppio dell'**energia cinetica media** K_m di una molecola. Perciò possiamo esprimere la pressione di un gas nel modo seguente:

Pressione di un gas ideale (teoria cinetica dei gas)

$$p = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)K_m = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_m$$

Per riassumere, utilizzando la teoria cinetica abbiamo mostrato che in un gas ideale la pressione è direttamente proporzionale al numero di molecole e inversamente proporzionale al volume, e inoltre che:

La pressione di un gas è direttamente proporzionale all'energia cinetica media delle sue molecole.

La relazione ottenuta esprime il legame tra il comportamento microscopico delle molecole di un gas e ciò che si osserva macroscopicamente.

ESERCIZIO

3 Calcolare l'energia cinetica media di una mole di aria a 0,00 °C e alla pressione di 1 atm, supponendo che l'aria sia un gas perfetto.

La relazione tra pressione e energia cinetica media di una molecola è:

$$p = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)K_m$$

Per una mole di gas si ha $N = N_A$, quindi:

$$p = \frac{2}{3}\left(\frac{N_A}{V}\right)K_m$$

L'energia cinetica media di una mole, $K_{m,mole}$, è il prodotto dell'energia cinetica media di una molecola, K_m, per il numero N_A di molecole in una mole, cioè $K_{m,mole} = N_A K_m$.

Dalla relazione precedente si ricava:

$$K_{m,mole} = N_A K_m = \frac{3Vp}{2}$$

Alla pressione di 1 atm = 101 kPa e alla temperatura di 0,00 °C il volume di una mole è 22,4 dm³ = $2{,}24 \cdot 10^{-2}$ m³.

Sostituendo questi valori numerici otteniamo:

$$K_{m,mole} = \frac{3(2{,}24 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3)(1{,}01 \cdot 10^5\ \text{Pa})}{2} = 3{,}39 \cdot 10^3\ \text{J/mol}$$

$p = \frac{NkT}{V}.$

$p = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)K_m = \frac{NkT}{V}$

$K_m = \frac{3}{2}k_B T$

$(v^2)_m = \frac{3kT}{m}$

$v_{qm} = \sqrt{(v^2)_m} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} =$

$= \sqrt{\frac{3k_B T}{(M/N_A)}}$

5. Energia e temperatura

Se confrontiamo l'equazione di stato dei gas ideali $pV = NkT$ con il risultato fornito della teoria cinetica per la pressione di un gas, otteniamo:

$$pV = NkT = \tfrac{2}{3}N(\tfrac{1}{2}mv^2)_m \quad \rightarrow \quad \tfrac{2}{3}(\tfrac{1}{2}mv^2)_m = kT$$

e possiamo scrivere la relazione tra l'energia cinetica media delle molecole e la temperatura:

Relazione tra energia cinetica media e temperatura in un gas ideale

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_m = K_m = \frac{3}{2}kT$$

La precedente espressione rappresenta uno dei più importanti risultati della teoria cinetica. In essa si afferma che l'energia cinetica media delle molecole di un gas è direttamente proporzionale alla temperatura T, in kelvin. Quindi, quando scaldiamo un gas, ciò che avviene a livello microscopico è che le molecole si muovono con velocità in media maggiore. Analogamente, raffreddare un gas provoca un rallentamento delle velocità molecolari.
Per essere precisi, quella che abbiamo calcolato è l'energia cinetica *traslazionale* delle molecole, l'unica che esse possiedono se sono monoatomiche, o nel caso di molecole più complesse, è l'energia associata al moto traslazionale del loro centro di massa.

ESERCIZIO

4 Determina l'energia cinetica traslazionale media delle molecole di ossigeno dell'aria, supponendo che la temperatura dell'aria sia 21,0 °C.

Convertiamo la temperatura in kelvin, $T = (21{,}0 + 273{,}15)$ K $= 294$ K e applichiamo la formula $K_m = 3kT/2$:

$$K_m = \tfrac{3}{2}kT = \tfrac{3}{2}(1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K})(294\ \text{K}) = 6{,}09 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$$

Questa è anche l'energia cinetica media delle molecole di azoto dell'aria: non è infatti importante il tipo di molecola, ma solo la temperatura del gas.

Ritornando alla relazione tra energia cinetica e temperatura, con un semplice passaggio ricaviamo:

$$\tfrac{1}{2}m(v^2)_m = \tfrac{3}{2}kT \quad \rightarrow \quad (v^2)_m = \frac{3kT}{m}$$

La radice quadrata di $(v^2)_m$ è chiamata **velocità quadratica media**. Per le molecole di un gas, quindi, la velocità quadratica media è:

Velocità quadratica media delle molecole di un gas, v_{qm}

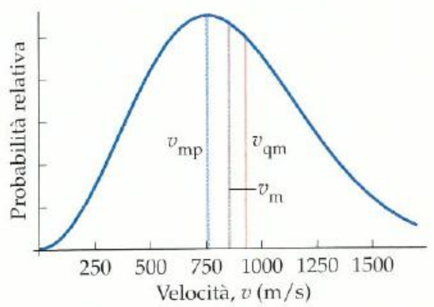
$$v_{qm} = \sqrt{(v^2)_m} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Riscrivendo questa relazione in termini di massa molecolare M, otteniamo:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3kT}{(M/N_A)}} = \sqrt{\frac{3N_AkT}{M}}$$

Infine, ricordando che $N_Ak = R$, possiamo scrivere la velocità quadratica media nella forma:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$



▲ **FIGURA 10 Velocità più probabile, velocità media e velocità quadratica media**

Velocità caratteristiche dell'O_2 alla temperatura $T = 1100$ K. Da sinistra a destra, le velocità indicate sono rispettivamente la velocità più probabile v_{mp}, la velocità media v_m e la velocità quadratica media v_{qm}.

La velocità quadratica media è una delle velocità caratteristiche della distribuzione delle velocità di Maxwell. Come è mostrato nella figura 10, v_{qm} è leggermente maggiore della velocità più probabile v_{mp} e della velocità media v_m.
Usando l'equazione di stato possiamo esprimere la velocità quadratica media delle molecole di un gas in funzione della pressione e della densità del gas. Da $pV = NkT$ ricaviamo:

$$kT = \frac{pV}{N}$$

Sostituendo nell'espressione di v_{qm} otteniamo:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3pV}{mN}}$$

Poiché mN è la massa totale del gas contenuto nel volume V, il rapporto mN/V non è nient'altro che la densità ρ del gas. Abbiamo quindi:

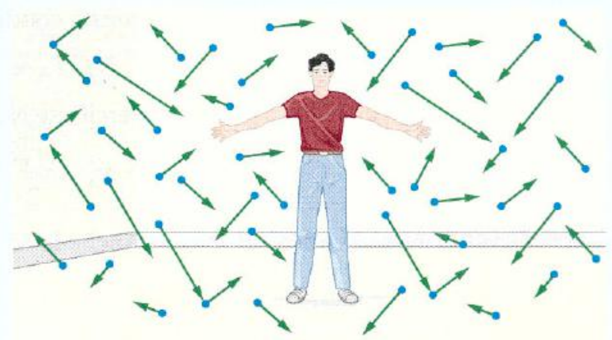
$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

4. PROBLEMA Aria fresca

L'atmosfera è composta essenzialmente da azoto N_2 (78%) e ossigeno O_2 (21%).
***a*) La velocità quadratica media dell'N_2 (28,0 g/mol) è maggiore, minore o uguale a quella dell'O_2 (32,0 g/mol)?**
***b*) Determina la velocità quadratica media dell'N_2 e dell'O_2 a 293 K.**

DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

La figura mostra le molecole d'aria che rimbalzano sulle pareti e sulla persona. Le molecole si muovono in tutte le direzioni e hanno, in generale, differenti velocità. La maggior parte delle molecole sono di azoto e circa il 21% di ossigeno.



STRATEGIA

Le velocità quadratiche medie possono essere calcolate direttamente dall'equazione $v_{qm} = \sqrt{3RT/M}$. Dobbiamo però fare attenzione alla massa molecolare delle molecole.
In particolare, osserviamo che per l'azoto la massa molecolare è 28,0 g/mol = 0,0280 kg/mol e per l'ossigeno è 32,0 g/mol = 0,0320 kg/mol.

SOLUZIONE

a) Poiché entrambi i tipi di molecole sono alla stessa temperatura, hanno la stessa energia cinetica. Le molecole di azoto hanno una massa minore, quindi per avere la stessa energia cinetica debbono avere una velocità maggiore.
Ci aspettavamo questo risultato, in base alla relazione $v_{qm} = \sqrt{3RT/M}$.

b) Per determinare la velocità quadratica media dell'azoto, sostituiamo $M = 0{,}0280$ kg/mol nella relazione:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3[8{,}31\ \text{J/(mol K)}](293\ \text{K})}{0{,}0280\ \text{kg/mol}}} = 511\ \text{m/s}$$

Per determinare la velocità quadratica media dell'ossigeno, sostituiamo $M = 0{,}0320$ kg/mol nella relazione:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3[8{,}31\ \text{J/(mol K)}](293\ \text{K})}{0{,}0320\ \text{kg/mol}}} = 478\ \text{m/s}$$

OSSERVAZIONI

Come previsto, l'azoto ha una velocità quadratica media maggiore. Come termine di paragone, tieni presente che la velocità del suono a 293 K è 343 m/s, cioè più di 1000 km/h; le molecole dell'aria rimbalzano pertanto sulla nostra pelle con la velocità di un jet supersonico!

PROVA TU

Una delle molecole presenti nell'aria è monoatomica e ha una velocità quadratica media di 428 m/s a 293 K. Di quale molecola si tratta? Utilizza la Tavola Periodica per dare la risposta.

[$M = 0{,}0399$ kg/mol; si tratta della molecola di Argon (Ar), presente nell'atmosfera in una percentuale dello 0,94%]

Le reazioni chimiche avvengono normalmente a causa dell'urto tra le molecole. Sebbene le molecole dell'aria non si muovano abbastanza velocemente da innescare reazioni chimiche, alte velocità molecolari possono in molti casi favorirle. In generale, temperature più elevate corrispondono a maggiori velocità molecolari e a maggiore velocità nelle reazioni chimiche. Questo è il motivo per cui i grilli aumentano la frequenza del loro trillo quando aumenta la temperatura, trasformandosi così in un insolito termometro!

2. RIFLETTI SUI CONCETTI **Confronta le velocità**

Due contenitori di uguale volume, A e B, contengono ciascuno un gas ideale. Nel contenitore A si trova il doppio delle molecole contenute in B. Se la pressione del gas è la stessa in entrambi i contenitori, la velocità quadratica media delle molecole in A rispetto a quella delle molecole in B risulta:

A maggiore.
B minore.
C uguale.

RAGIONAMENTO E DISCUSSIONE

Sappiamo che la pressione di un gas è dovuta alle collisioni delle molecole contro le pareti del contenitore. Se un maggior numero di molecole occupa un dato volume, e le molecole rimbalzano con la stessa velocità di quelle presenti nel contenitore con meno molecole, la pressione sarà maggiore. Pertanto, per avere la stessa pressione nei due contenitori, è necessario che la velocità quadratica media nel contenitore A sia minore di quella nel contenitore B.
Matematicamente osserviamo che $p_A = p_B$ e $V_A = V_B$; quindi $p_A V_A = p_B V_B$. Utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali $pV = NkT$, possiamo scrivere questa condizione come:

$$N_A k T_A = N_B k T_B$$

Perciò, se $N_A = 2N_B$, segue che:

$$T_A = \frac{T_B}{2}$$

Poiché la temperatura nel contenitore A è minore, le molecole in esso contenute avranno velocità minore.

$E_{int} = \frac{3}{2} N k_B T$

$= \frac{3}{2} nRT$

RISPOSTA

La risposta corretta è la B: la velocità quadratica media è minore nel contenitore A.

L'energia interna di un gas ideale

L'energia interna di una sostanza è la somma di tutte le energie potenziali e cinetiche delle molecole che la compongono. In un gas ideale non ci sono interazioni tra le molecole, se non urti perfettamente elastici; quindi *non c'è energia potenziale*. Di conseguenza, l'energia totale del sistema è la somma delle energie cinetiche di tutte le sue molecole. Perciò, l'**energia interna** di un gas ideale di N molecole puntiformi, cioè di un gas monoatomico, è semplicemente:

Energia interna di un gas ideale monoatomico

$$E_{int} = \frac{3}{2} NkT$$

In termini di moli la precedente relazione risulta:

$$E_{int} = \frac{3}{2} nRT$$

Ritorneremo su questo risultato nel prossimo capitolo.

ESERCIZIO

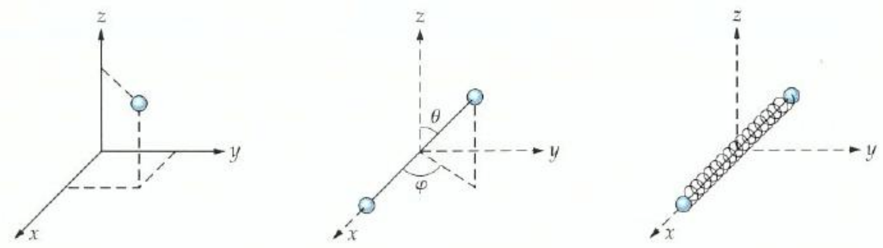
5 Una palla da basket alla temperatura di 290 K contiene 0,95 mol di molecole d'aria. Qual è l'energia interna dell'aria contenuta nella palla?

Calcoliamo l'energia interna utilizzando la relazione espressa in termini di moli:

$$E_{int} = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2}(0{,}95 \text{ mol})[8{,}31 \text{ J/(mol K)}](290 \text{ K}) = 3400 \text{ J}$$

Il valore ottenuto è approssimativamente l'energia cinetica che avrebbe la palla se fosse lasciata cadere da un'altezza di 700 m.

L'equazione $E_{int} = 3NkT/2$ si applica ai gas ideali costituiti da molecole dotate solo di moto traslazionale, la cui energia cinetica è data da $K_m = 3kT/2$. Questo è il caso dei gas monoatomici, le cui molecole hanno 3 *gradi di libertà*, corrispondenti alle tre coordinate, x, y e z che ne individuano le posizioni. Come abbiamo visto nel paragrafo 4, ognuna delle direzioni x, y e z contribuisce in egual misura all'energia cinetica media della molecola (fig. 11*a*).
Se il gas è biatomico, ci sono ulteriori contributi alla sua energia interna. Una molecola biatomica, che ha la forma di un manubrio, può avere un'energia cinetica rotazionale e possiede 2 gradi di libertà in più, corrispondenti ai due angoli che individuano nello spazio il suo asse (fig. 11*b*). Le molecole biatomiche, infine, possono anche vibrare lungo la linea che congiunge i due atomi e hanno dunque un grado di libertà addizionale, legato alla variazione della distanza reciproca degli atomi (fig. 11*c*).



a) 3 gradi di libertà traslazionale *b*) 2 gradi di libertà rotazionale *c*) 1 grado di libertà vibrazionale

◀ **FIGURA 11 Gradi di libertà delle molecole**
Gradi di libertà delle molecole monoatomiche (a) e biatomiche (b e c).

Complessivamente quindi, una molecola biatomica ha 5 gradi di libertà (i tre del moto traslazionale del centro di massa più i due del moto rotazionale), oppure 6 gradi di libertà se è dotata anche di moto vibrazionale (il che accade ad alte temperature). Un importante principio della teoria cinetica, il principio di equipartizione dell'energia, stabilisce che:

Principio di equipartizione dell'energia

A ogni grado di libertà di una molecola è associata una quantità di energia pari a $\frac{1}{2}kT$.

Quindi l'energia interna di un gas ideale biatomico è $\frac{5}{2}NkT$ oppure $\frac{6}{2}NkT = 3NkT$, a seconda che le molecole siano soggette solo a rotazioni o anche a vibrazioni. Riassumendo, possiamo esprimere l'energia interna di un gas biatomico come segue:

Energia interna di un gas ideale biatomico

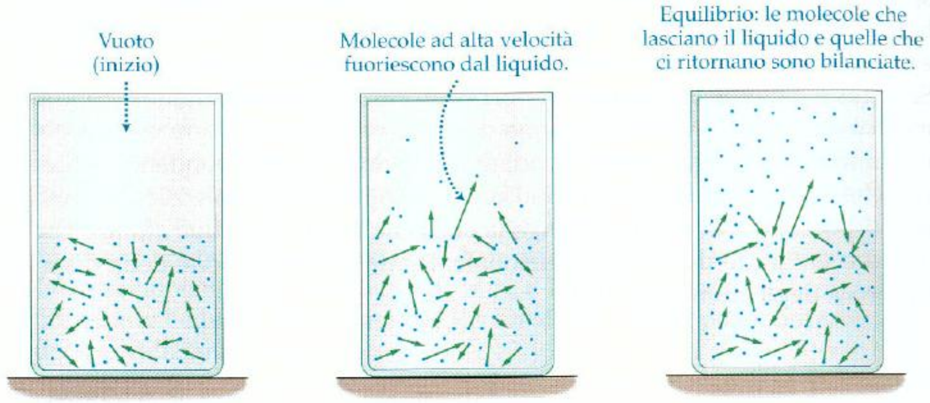
$E_{int} = \frac{5}{2}NkT$ (moto rotazionale)

oppure

$E_{int} = 3NkT$ (moto rotazionale + moto vibrazionale)

6. Teoria cinetica e cambiamenti di stato

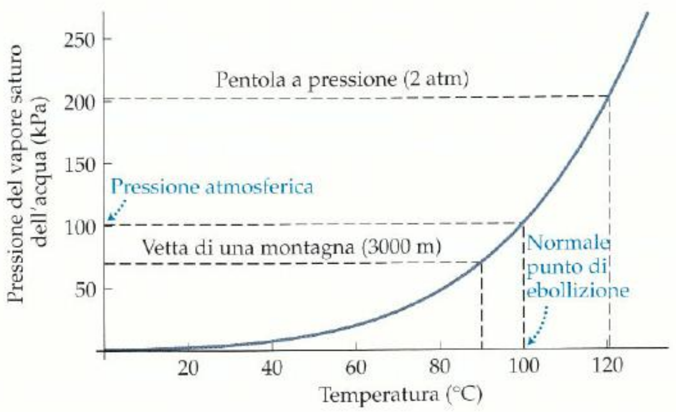
La teoria cinetica permette di comprendere i fenomeni microscopici che sono alla base dei cambiamenti di stato da liquido a gas che abbiamo studiato nel corso di fisica del primo biennio.
Consideriamo un recipiente chiuso riempito in parte con del liquido, come mostrato in figura 12.
Il sistema è mantenuto a temperatura costante T_0 e inizialmente lo spazio al di sopra del liquido è vuoto. Ben presto alcune molecole del liquido, più veloci delle altre, iniziano a sfuggire all'attrazione intermolecolare delle molecole vicine e vanno a formare un gas a bassa densità nello spazio al di sopra del liquido (il vapore). Occasionalmente qualche molecola del gas collide con il liquido e vi rientra, ma all'inizio è maggiore il numero di molecole che entrano a far parte del gas rispetto a quello delle molecole che tornano nel liquido.



▶ **FIGURA 12 Un liquido in equilibrio con il suo vapore**
Inizialmente, un liquido viene messo in un contenitore e il volume al di sopra di esso è vuoto. Le molecole del liquido che hanno un'alta velocità riescono a sfuggire nella regione superiore del contenitore, formando un gas a bassa densità. Man mano che il gas diventa più denso, il numero di molecole che lasciano il liquido è bilanciato dal numero di quelle che vi ritornano. A questo punto il sistema è in equilibrio.

Questo processo, detto **evaporazione**, continua finché il gas è così denso che il numero di molecole che ritornano nel liquido uguaglia il numero di molecole che vanno a formare il gas. C'è un "flusso" costante di molecole in entrambe le direzioni, ma quando viene raggiunto l'**equilibrio di fase** il numero di molecole che passa dallo stato liquido a quello gassoso è statisticamente uguale a quello che passa dallo stato gassoso allo stato liquido. Si tratta dunque di un *equilibrio dinamico*.

La pressione del gas alla quale si stabilisce l'equilibrio è detta, come sappiamo, **pressione del vapore saturo** (o **di equilibrio**).
Nella figura 13 è mostrato il grafico della pressione del vapore saturo dell'acqua in funzione della temperatura.
Che cosa accade se varia la temperatura? Se la temperatura aumenta, nel liquido ci saranno più molecole ad alta velocità che riescono a sfuggire verso il gas. Perciò, per avere un numero uguale di molecole che ritornano nel liquido, sarà necessario che la pressione del vapore raggiunga un valore maggiore. Quindi la pressione del vapore saturo aumenta con la temperatura, come è illustrato nel grafico.



▶ **FIGURA 13 Curva della pressione del vapore saturo dell'acqua**
La pressione del vapore saturo dell'acqua aumenta all'aumentare della temperatura. Ricordiamo che il punto di ebollizione è la temperatura alla quale la pressione del vapore saturo uguaglia la pressione esterna.

A ogni valore della temperatura corrisponde uno specifico valore di pressione del vapore saturo, cioè della pressione per la quale è stabilito un perfetto equilibrio tra le fasi liquida e gassosa.

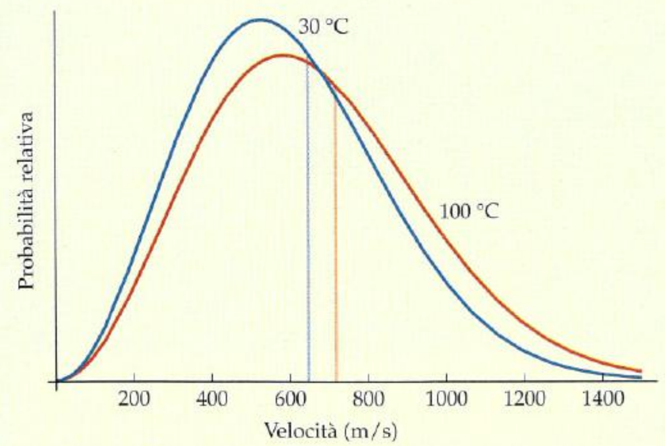
Tornando al recipiente in cui coesistono il liquido e il suo vapore, che cosa succede se lo apriamo e soffiamo in modo da rimuovere gran parte del gas?
In questo caso il passaggio delle molecole dal liquido al gas continua senza raggiungere l'equilibrio. Poiché le molecole vengono continuamente rimosse, il liquido progressivamente evapora finché non si esaurisce.

fisica intorno a noi

Il sudore

Quando siamo caldi e sudati, ad esempio dopo aver fatto una bella corsa, dalla nostra pelle esce del vapore; ma come può succedere una cosa simile, se l'acqua bolle a 100 °C? Come possiamo produrre vapore a una temperatura come quella della pelle, di 30 o 35 °C?
Consideriamo una gocciolina di sudore sulla pelle. Le molecole ad alta velocità della gocciolina sono quelle che sfuggono dal liquido verso l'aria circostante. La brezza porta via queste molecole non appena sono libere nell'aria. Ora, qual è l'effetto sulle molecole rimaste nella gocciolina di sudore? Poiché la gocciolina perde principalmente molecole che hanno un'alta velocità, l'energia cinetica media delle molecole che rimangono diminuisce. Come sappiamo dalla teoria cinetica, ciò indica che anche la temperatura della gocciolina diminuisce. Poiché ora la gocciolina è più fredda dell'ambiente circostante, in particolare della pelle sulla quale si trova, essa assorbe calore dal corpo; questo la riscalda, aumentando la velocità delle sue molecole e facendo proseguire il processo di evaporazione più o meno con lo stesso ritmo.
Prendendo in esame il fenomeno da un punto di vista più quantitativo, consideriamo la distribuzione delle velocità di Maxwell per molecole d'acqua in una goccia di sudore a 30 °C riportata nel grafico in figura. La velocità quadratica media a questa temperatura è 648 m/s. Il grafico riporta anche la distribuzione delle velocità per le stesse molecole d'acqua a 100 °C: in questo caso la velocità quadratica media è 719 m/s, solo leggermente maggiore di quella a 30 °C. È perciò evidente che, se le molecole d'acqua a 100 °C hanno una velocità sufficiente per sfuggire verso la fase gassosa, a 30 °C, cioè alla temperatura della pelle, molte molecole possono sfuggire con altrettanta facilità.

▲ *Sebbene la temperatura corporea del cavallo sia ben al di sotto del punto di ebollizione dell'acqua, tuttavia l'acqua evapora rapidamente dalla sua pelle. Poiché il vapore acqueo è invisibile, il "vapore" che vediamo in questa fotografia, benché indichi la presenza di evaporazione, non è proprio vapore acqueo, ma è una nuvola di minuscole bollicine che si formano quando il vapore acqueo cede calore all'aria fredda circostante e condensa di nuovo allo stato liquido.*



▲ **Distribuzione delle velocità nell'acqua**
La curva blu mostra la distribuzione delle velocità nell'acqua a 30 °C, la curva rossa a 100 °C. Osserviamo che la velocità quadratica media a 100 °C è solo leggermente maggiore di quella a 30 °C.

PER VERIFICARE LE COMPETENZE

13 La quantità di elio nel pallone Un pallone è riempito con elio alla pressione di $2,4 \cdot 10^5$ Pa. Il pallone si trova alla temperatura di 18 °C e ha un raggio di 0,25 m. Quanti atomi di elio sono contenuti nel pallone? Supponi che venga raddoppiato il numero di atomi di elio, mantenendo costanti temperatura e pressione. Di quale fattore aumenterà il raggio del pallone? [$3,9 \cdot 10^{24}$ atomi; 1,26]

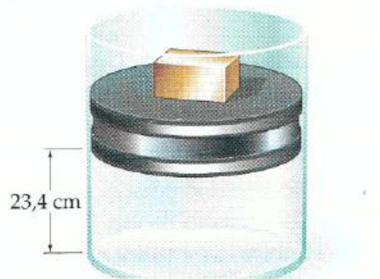
14 Un gas ha una temperatura di 310 K e pressione 101 kPa.
a) Calcola il volume occupato da 1,25 moli di questo gas, supponendo che sia ideale.
b) Assumendo che le molecole del gas possano essere equiparate a piccole sfere di diametro $2,5 \cdot 10^{-10}$ m, calcola quale frazione del volume determinato in *a*) è occupata dalle molecole.
c) Nel modello di gas ideale, si assume che le molecole siano puntiformi, con volume zero. Discuti la validità di tale assunzione nel caso considerato in questo esercizio.
[*a*) 0,032 m^3; *b*) $1,9 \cdot 10^{-4}$; *c*) l'assunzione è valida]

15 Che gas contiene? Una bomboletta di 515 cm^3 contiene 0,460 g di gas a una pressione di 153 kPa e alla temperatura di 322 K. Calcola la massa molecolare di questo gas. [15,6 g/mol]

16 L'atmosfera di Marte La temperatura media su Marte è −53 °C e la pressione atmosferica media è di 0,92 kPa.
a) Calcola il numero di molecole per unità di volume nell'atmosfera di Marte.
b) Il numero delle molecole per unità di volume nell'atmosfera terrestre è maggiore, minore oppure uguale a quello di Marte? Giustifica la risposta.
c) Stima il numero di molecole per unità di volume nell'atmosfera terrestre.
[*a*) $3,0 \cdot 10^{23}$ molecole/m^3; *b*) maggiore; *c*) $2,68 \cdot 10^{25}$ molecole/m^3]

17 Mongolfiera L'aria che si trova all'interno di una mongolfiera ha una temperatura media di 79,2 °C. L'aria all'esterno ha una temperatura di 20,3 °C. Qual è il rapporto fra la densità dell'aria nel pallone e la densità dell'aria nell'atmosfera circostante? [0,8328]

18 Cilindro e pistone 1 Un recipiente di forma cilindrica contenente gas è dotato di un pistone ermetico, libero di muoversi verticalmente, come mostrato in figura. Una massa è posata sopra il pistone. La temperatura iniziale del sistema è 313 K e la pressione del gas è mantenuta costante a 137 kPa. La temperatura viene poi aumentata fino a che l'altezza del pistone passa da 23,4 cm a 26,0 cm. Qual è la temperatura finale del gas? [348 K]



19 Cilindro e pistone 2 Considera il sistema descritto nel problema precedente. All'interno del recipiente si trova un gas ideale mantenuto alla temperatura costante di 313 K. La pressione inizialmente applicata tramite il pistone e la massa è 137 kPa e l'altezza del pistone dalla base del contenitore è 23,4 cm. Se si aggiunge un'ulteriore massa, l'altezza del pistone si abbassa a 20,0 cm. Determina la nuova pressione applicata dal pistone sul gas. [$1,6 \cdot 10^5$ Pa]

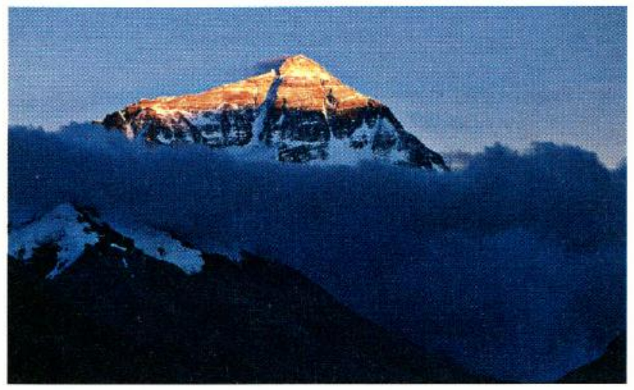
La teoria cinetica dei gas

20 Velocità media Supponi che quattro biglie abbiano velocità pari a 10,00 m/s, 8,00 m/s, 7,00 m/s, 2,00 m/s. Qual è la loro velocità media? Qual è la loro velocità quadratica media? [v_m = 6,75 m/s; v_{qm} = 7,37 m/s]

21 Una scatola piena di gas Una scatola cubica contiene un gas in condizioni standard (pressione atmosferica, temperatura di 25 °C). Quanto misura il lato di questa scatola se il numero di molecole del gas contenuto deve uguagliare quello degli abitanti del nostro pianeta (circa 7 miliardi)? [6 μm]

22 Quanti respiri? Una persona a riposo necessita di 14,5 litri di O_2 all'ora per mantenere in funzione il proprio metabolismo. In ogni respiro, questa persona inspira circa 0,50 litri di aria a una temperatura di circa 20 °C. L'aria inalata ha una percentuale di ossigeno pari a circa il 20,9%, quella esalata di circa il 16,3 %. Quanti respiri al minuto deve fare la persona per fornire al proprio organismo la necessaria quantità di ossigeno? Quante molecole di ossigeno inala la persona in ogni respiro? [10,6 respiri al min; $2,62 \cdot 10^{21}$ molecole]

23 Escursioni ad alta quota Se hai compiuto escursioni o scalate in alta montagna sai che il respiro diventa più frequente e affannoso. Questo capita perché l'aria è più rarefatta e quindi il numero di molecole di ossigeno che inali respirando è minore. Sulla cima del Monte Everest la pressione è ridotta a circa un terzo della pressione atmosferica a livello del mare. Considera che l'aria contiene circa il 21 % di O_2 e circa il 78 % di N_2 e che, durante un respiro, un essere umano inala circa mezzo litro d'aria. Quanti respiri deve fare una persona in cima all'Everest per provvedere al necessario metabolismo, supponendo una temperatura di −26 °C? Quante molecole di ossigeno inala la persona in ogni respiro? [26,4 respiri al min; $1,05 \cdot 10^{21}$ molecole]



PER VERIFICARE LE COMPETENZE

24 PROBLEMA GUIDATO

Un gas ideale è mantenuto in un contenitore a volume costante e a pressione costante.
a) Se il numero delle molecole del gas raddoppia, la loro velocità quadratica media aumenta, diminuisce oppure rimane inalterata? Giustifica la risposta.
b) Calcola la velocità quadratica media finale delle molecole del gas, se quella iniziale è 1300 m/s.

SOLUZIONE

a) La pressione è legata alla velocità media delle molecole dalla relazione $p = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right)m(v^2)_m$, per cui la velocità quadratica media, che è la radice quadrata di $(v^2)_m$, è:

$$v_{qm} = \sqrt{(v^2)_m} = \sqrt{\frac{3pV}{Nm}}$$

Dalla formula deduci che, se il numero N delle molecole raddoppia, a parità di pressione e volume, la velocità quadratica media si riduce di un fattore $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Se la velocità quadratica media iniziale è v_{qm} = 1300 m/s, la velocità quadratica media finale è:

$$v'_{qm} = \frac{v_{qm}}{\sqrt{2}} = \frac{1300 \text{ m/s}}{\sqrt{2}} = 920 \text{ m/s}$$

25 La forza sulle pareti Un contenitore di forma sferica, con volume pari a 350 ml, contiene 0,075 moli di un gas ideale alla temperatura di 293 K. Qual è la forza media esercitata sulle pareti del contenitore da ogni singola molecola? [$2,8 \cdot 10^{-19}$ N]

Energia e temperatura

26 Prevedi/Spiega L'aria della tua stanza è composta principalmente da molecole di ossigeno (O_2) e di azoto (N_2). Le molecole di ossigeno hanno una massa maggiore di quelle dell'azoto.
a) La velocità quadratica media delle molecole di ossigeno è maggiore, minore o uguale a quella delle molecole di azoto?
b) Quale fra le seguenti è la *spiegazione* migliore per la risposta?
1) Le molecole di ossigeno, che hanno una massa maggiore, hanno una quantità di moto maggiore e quindi anche una velocità quadratica media maggiore.
2) Ossigeno e azoto hanno la stessa temperatura, quindi hanno la stessa velocità quadratica media.
3) La temperatura è la stessa per le due molecole, quindi i due gas hanno la stessa energia cinetica media. L'ossigeno ha una massa maggiore, quindi ha una velocità quadratica media minore.
[*a*) minore; *b*) la 3; la 1 e la 2 sono false]

27 Un cilindro chiuso da un pistone mantenuto alla temperatura T contiene una miscela di gas con molecole di tre differenti tipi, A, B e C. Le corrispondenti masse molecolari sono $m_C > m_B > m_A$. Disponi le molecole in ordine di energia cinetica media crescente e di velocità quadratica media crescente. [$K_A = K_B = K_C$; $v_{qm,C} < v_{qm,B} < v_{qm,A}$]

28 A quale temperatura la velocità quadratica media delle molecole di H_2 è uguale alla velocità quadratica media che hanno le molecole di O_2 a 313 K? [19,8 K]

29 Atmosfera di ammoniaca Supponi che un pianeta abbia un'atmosfera di pura ammoniaca alla temperatura di 0 °C. Qual è la velocità quadratica media delle molecole dell'ammoniaca? [632 m/s]

30 La velocità quadratica media di una molecola di O_2 a una data temperatura è 1550 m/s.
a) La velocità quadratica media di una molecola di H_2O alla stessa temperatura sarà maggiore, minore oppure uguale a 1550 m/s? Giustifica la risposta.
b) Calcola la velocità quadratica media della molecola di H_2O a questa temperatura.
[*a*) maggiore; *b*) 2070 m/s]

31 Calcola la temperatura di un gas costituito da molecole di CO_2, la cui velocità quadratica media è 329 m/s. [191 K]

32 PROBLEMA GUIDATO

La velocità quadratica media delle molecole di un campione di gas viene incrementata dell'1%.
a) Calcola la variazione percentuale della temperatura del gas.
b) Calcola la variazione percentuale della pressione del gas, assumendo che il suo volume sia mantenuto costante.

SOLUZIONE

Puoi esprimere l'incremento percentuale della velocità quadratica media come $v_{qm,f} = 1,01 v_{qm,i}$.

a) Dalla relazione che lega la velocità quadratica media e la temperatura, $v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, puoi ricavare T:

$$T = \frac{m(v_{qm})^2}{3k}$$

da cui, considerando $v_{qm,f} = 1,01 v_{qm,i}$, ottieni:

$$T_f = \frac{m(1,01\, v_{qm,i})^2}{3k} = (1,01)^2 T_i = 1,0201\, T_i$$

Quindi l'incremento della temperatura è di circa il 2 %.

b) La pressione è legata alla velocità quadratica media dalla relazione $v_{qm} = \sqrt{\frac{3pV}{Nm}}$, quindi:

$$p = \frac{Nm(v_{qm})^2}{3V}$$

Considerando $v_{qm,f} = 1,01 v_{qm,i}$, ottieni:

$$p_f = (1,01)^2 p_i = 1,0201 p_i$$

Quindi l'incremento della pressione è uguale a quello della temperatura, come peraltro evidenziato dalla seconda legge di Gay-Lussac.

33 **L'arricchimento dell'uranio** Il 99,3% degli atomi di uranio presenti in natura è costituito dall'isotopo ^{238}U (di massa atomica 238 u, dove $u = 1,6605 \cdot 10^{-27}$ kg) e solo lo 0,7% è del tipo ^{235}U (di massa atomica 235 u). Nei reattori nucleari alimentati con uranio la percentuale di ^{235}U deve essere aumentata. Visto che entrambi gli isotopi di uranio hanno proprietà chimiche identiche, possono essere separati solamente attraverso metodi che dipendono dalla loro diversa massa. Uno di questi metodi è la diffusione gassosa, nella quale il gas esafluoruro di uranio (UF_6) diffonde attraverso una serie di barriere porose. Le molecole più leggere di $^{235}UF_6$ hanno una velocità quadratica media leggermente maggiore (a una data temperatura) rispetto alle molecole più pesanti di $^{238}UF_6$ e questo permette di separare i due isotopi. Determina il rapporto delle velocità quadratiche medie dei due isotopi a 23,0 °C. [0,996]

PROBLEMI DI RIEPILOGO

34 **I fogli di pluriball** I pluriball, fogli di plastica con bolle d'aria, sono spesso utilizzati per avvolgere e proteggere gli oggetti. Questo tipo di imballo esercita una protezione più efficace in un giorno freddo o in uno caldo? Giustifica la risposta.

35 **Camere d'albergo** In un hotel, due camere adiacenti hanno le stesse dimensioni e sono collegate attraverso una porta aperta. La camera 1 è più calda della camera 2. Quale camera contiene più aria? Giustifica la risposta. [la camera 2]

36 **Prevedi/Spiega** Supponi di raddoppiare la temperatura di un gas ideale da 100 °C a 200 °C.

a) L'energia cinetica media delle molecole del gas aumenta di un fattore maggiore, uguale o minore di 2?

b) Quale fra le seguenti è la *spiegazione* migliore per la risposta?

1) Variando la temperatura da 100 °C a 200 °C si supera il punto di ebollizione e ciò fa aumentare l'energia cinetica media di un fattore maggiore di 2.

2) L'energia cinetica media è direttamente proporzionale alla temperatura, quindi raddoppiando la temperatura raddoppia l'energia cinetica media.

3) Raddoppiando la temperatura da 100 °C a 200 °C, la temperatura in kelvin passa da 373,15 K a 473,15 K, che corrisponde a un fattore di aumento minore di 2.

[*a*) minore; *b*) la 3; la 1 e la 2 non sono corrette]

37 **Prevedi/Spiega** Supponi di raddoppiare la temperatura assoluta di un gas ideale da 100 K a 200 K.

a) Il modulo della velocità media delle molecole del gas aumenta di un fattore maggiore, uguale o minore di 2?

b) Quale fra le seguenti è la *spiegazione* migliore per la risposta?

1) Raddoppiando la temperatura assoluta raddoppia l'energia cinetica media, ma questo implica un aumento del modulo della velocità media delle molecole di un fattore $\sqrt{2}$, che è minore di 2.

2) La temperatura assoluta è quella che compare nelle leggi dei gas ideali e quindi, raddoppiandola, raddoppia anche il modulo della velocità media delle molecole.

3) La variazione del modulo della velocità media dipende dalla massa delle molecole del gas; raddoppiando la temperatura assoluta generalmente otteniamo un aumento del modulo della velocità di un fattore maggiore di 2.

[*a*) minore; *b*) la 1; la 2 non è corretta, la 3 è falsa]

38 La velocità di propagazione di un'onda sonora in aria a 27 °C è circa $v_s = 350$ m/s. Confronta questa velocità con la velocità quadratica media delle molecole di azoto alla stessa temperatura. La massa molecolare dell'azoto è 28 g/mole. [516 m/s]

39 Un pallone contiene 3,7 litri di azoto gassoso a una temperatura di 87 K e alla pressione di 101 kPa. Se si aumenta la temperatura fino a 24 °C e si mantiene la pressione costante, quale volume occuperà il gas? [13 litri]

40 **PROBLEMA GUIDATO**

Quante molecole in una gomma? Una gomma per bicicletta, di raggio 0,66 m, ha una pressione relativa di 427,18 kPa. Considerando la gomma un cilindro cavo con sezione trasversale di 0,0028 m², calcola il numero di molecole di aria nella gomma quando essa ha una temperatura di 34 °C.

SOLUZIONE

Chiama $r = 0,66$ m il raggio della gomma della bicicletta, $A = 0,0028$ m² l'area della sua sezione, $p = 427,18$ kPa la pressione interna e $T = 34$ °C la temperatura.

Puoi immaginare di "distendere" la camera d'aria, che in questo modo sarà assimilabile a un cilindro, il cui volume è:

$$V = 2\pi rA$$

Utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali $pV = NkT$ puoi facilmente ricavare il numero N di molecole di aria nella gomma:

$$N = \frac{pV}{kT} = \frac{2\pi rAp}{kT} = \frac{2\pi(0,66\ \text{m})(0,0028\ \text{m}^2)(4,2718 \cdot 10^5\ \text{Pa})}{(1,38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K})[(273,15+34)\text{K}]} = 1,2 \cdot 10^{24}\ \text{molecole}$$

41 **Produzione di acqua** In un contenitore ci sono 8,06 g di H_2 e 64,0 g di O_2 alla temperatura di 125 °C e alla pressione di 101 kPa.

a) Qual è il volume del contenitore?

b) Nella miscela idrogeno-ossigeno si provoca una scintilla, in modo da avviare la reazione $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. La reazione consuma tutto l'idrogeno e l'ossigeno presenti nel contenitore e produce vapore acqueo. Qual è la pressione del vapore acqueo risultante quando esso torna alla sua temperatura iniziale di 125 °C?

[*a*) 0,196 m³; *b*) 67,5 kPa]

42 A quale temperatura la velocità quadratica media delle molecole di azoto uguaglia quella delle molecole di idrogeno a una temperatura di 20,0 °C? [4102 K]

43 Tre moli di ossigeno gassoso sono contenute in un recipiente avente un volume di 0,0035 m³. Se la temperatura del gas è 295 °C:

a) calcola la pressione del gas;

b) calcola l'energia cinetica media di una molecola di ossigeno.

c) Supponi che il volume del gas venga raddoppiato, mantenendo costanti la temperatura e il numero di moli. Per quale fattore verranno moltiplicate le risposte alle domande *a*) e *b*)? Fornisci un'esauriente spiegazione.

[*a*) $4,0 \cdot 10^6$ Pa; *b*) $1,18 \cdot 10^{-20}$ J; *c*) la pressione verrà dimezzata, l'energia cinetica molecolare rimarrà invariata]

44 **La superficie del Sole** La superficie del Sole ha una temperatura di circa 5800 K ed è composta in gran parte da atomi di idrogeno.

a) Calcola la velocità quadratica media di un atomo di idrogeno a questa temperatura.

b) Quale sarebbe la massa di un atomo la cui velocità quadratica media risulti pari alla metà della velocità quadratica media dell'idrogeno?

[*a*) $1,19 \cdot 10^4$ m/s; *b*) $6,68 \cdot 10^{-27}$ kg]

45 Cinque molecole hanno le seguenti velocità: 221 m/s, 301 m/s, 412 m/s, 44,0 m/s e 182 m/s.

a) Determina la velocità media v_m di queste molecole.

b) Ti aspetti che $(v^2)_m$ sia maggiore, minore, oppure uguale a $(v_m)^2$? Giustifica la tua risposta.

c) Calcola $(v^2)_m$ e commenta il risultato.

d) Calcola la velocità quadratica media e confrontala con la velocità media.

[*a*) 232 m/s; *b*) maggiore; *c*) $6,88 \cdot 10^4$ m²/s²; *d*) $v_{qm} = 262$ m/s; $v_{qm} > v_m$]

46 **PROBLEMA GUIDATO**

Una mongolfiera ad aria calda può sollevarsi da terra perché, a pressione atmosferica, l'aria calda è meno densa dell'aria fredda. Se il volume della mongolfiera è 500 m³ e l'aria che circonda la mongolfiera è a una temperatura di 15 °C, quale deve essere la temperatura dell'aria nella mongolfiera per poter sollevare un pallone di massa 290 kg (in aggiunta alla massa dell'aria calda)? La densità dell'aria a 15 °C e a pressione atmosferica è 1,23 kg/m³.

SOLUZIONE

Chiama $V = 500$ m³ il volume della mongolfiera, m la sua massa, $T = (273 + 15)$ K = 288 K la temperatura esterna alla mongolfiera e $\rho = 1,23$ kg/m³ la densità dell'aria a 15 °C. Scrivi la condizione di galleggiamento nell'aria, indicando con ρ' la densità dell'aria calda all'interno della mongolfiera:

$$mg + \rho' Vg = \rho Vg$$

Dalla condizione precedente ottieni:

$$\rho' V = \rho V - m$$

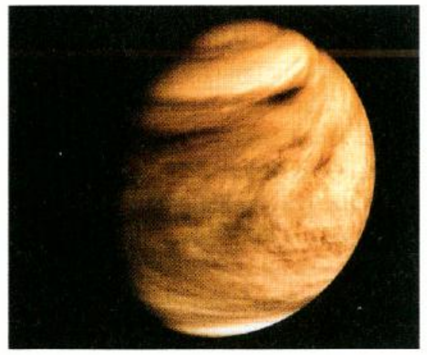
e quindi:

$$\rho' = \rho - \frac{m}{V}$$

L'equazione di stato dei gas ideali afferma che, a parità di volume, la densità del gas è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta, cioè $\rho T = \rho' T'$, quindi, sostituendo nella relazione precedente, puoi calcolare la temperatura T' dell'aria all'interno della mongolfiera:

$$T' = T\frac{\rho}{\rho'} = T\frac{\rho}{\rho - \frac{m}{V}} = (288\ \text{K})\frac{1,23\ \text{kg/m}^3}{1,23\ \text{kg/m}^3 - \frac{290\ \text{kg}}{500\ \text{m}^3}} = 544\ \text{K} = 272\ °\text{C}$$

47 **La missione di Superman** Superman viene mandato in missione su Venere per raccogliere un campione dell'atmosfera di quel pianeta. Gli scienziati di Metropolis hanno bisogno almeno di una mole di campione e a Superman viene fornito un contenitore da un litro. Sapendo che la pressione dell'atmosfera venusiana è circa 90 atm e la sua temperatura media 730 K, il contenitore sarà adatto allo scopo?



[sì, perché su Venere una mole di gas ideale occupa 0,67 litri]

48 Un cilindro che contiene 1,7 moli di un gas ideale, al volume iniziale di $3,1 \cdot 10^{-3}$ m³, è sormontato da un pistone mobile senza attrito. Il diametro del pistone è di 12 cm e la sua massa è 0,14 kg. Man mano che si somministra calore al gas, l'altezza h del pistone rispetto alla base del cilindro aumenta a un ritmo di 6,4 cm al minuto. A quale ritmo aumenta la temperatura del gas?

Descrivi una strategia che puoi adottare per risolvere questo problema e mettila in pratica per calcolare la velocità richiesta. [0,087 K/s]